

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

№2(30)
2025

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Севастопольский государственный университет»

Выходит 4 раза в год

ISSN 2658-4727

**АВТОМАТИЗАЦИЯ И
ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНО-
ПРИБОРОСТРОЕНИИ**
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Севастополь, 2025

Главный редактор
Филипович О.В., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Заместитель главного
редактора
Балакин А.И., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Научный редактор
Бохонский А.И., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)

Редакционная коллегия
Вартанов М.В., д.т.н., проф.
(г. Москва)
Греков Н.А., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Доронина Ю.В., д.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Жмудь В.А., д.т.н., доц.,
(г. Новосибирск)
Краснодубец Л.А., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Моисеев Д.В., д.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Обжерин Ю.Е., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Осипов К.Н., д.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Песчанский А.И., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Петрешин Д.И., д.т.н., проф.
(г. Брянск)
Прейс В.В., д.т.н., проф.
(г. Тула)
Щенятский А.В., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Заморёнов М.В., к.т.н., доц
(г. Севастополь)
Майстришин М.М., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Рапацкий Ю.Л., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)

СОДЕРЖАНИЕ

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ

- Чаленков Н.И., Невар Г.В., Барановский Ю.А.** Решение обратной задачи динамики при совместной реализации кода на Python и программы MATLAB/SIMULINK для манипулятора типа SCARA 4
- Крамарь В.А., Дементьев К.В., Якунин Р.Д., Крамарь О.А., Троицкая А.А.** Синтез программного оптимального закона управления линейными нестационарными непрерывно-дискретными системами управления 12
- Никитин Ю.Р., Зубкова Ю.В., Зубков Д.Б.** Планирование пути мобильного робота с учетом препятствий 25

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

- Карлусов В.Ю., Кудрявченко И.В.** Вероятностные оценки мобильности роевых элементов на основе модели дискретной плоскости с неоднородностями 35
- Филипович О.В.** Методы моделирования процессов однопараметрической многоэлементной селективной сборки 44
- Никишин В.В., Багаев А.В.** Модель эхолота и гидролокатора бокового обзора в составе имитационного тренажерного комплекса для прибрежных морских исследований 51
- Абибуллаев Э.А., Крамарь В.А.** Разработка гибридной CNN-GAN системы для диагностики редких онкологических заболеваний на основе ограниченных наборов КТ/МРТ-снимков 61
- Бохонский А.И.** Аналитическая механика в моделировании управляемого движения объектов 70
- Заморёнов М.В., Чаленков Н.И., Шевченко В.И., Машенко Е.Н., Заморенов И.М.** Верификация модели функционирования технической системы с учетом отказов и резерва энергетической подсистемы 80
- Варминская Н.И.** Использование при моделировании управления принципа действия для поиска форм движения 87

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ

- Зуев С.М., Здрюев Г.Е.** Методы семантической сегментации и классификации данных лидара с использованием машинного обучения 98
- Филипович О.В., Камцев В.А., Балакина Н.А., Балакин А.И.** Анализ распределений случайных составляющих погрешностей статистическими методами при измерениях размеров деталей 112

Подписной индекс научного журнала 85768 по интернет-каталогу «Пресса России».

Научный журнал входит в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук», утвержденный ВАК Минобрнауки РФ, по следующим научным специальностям:

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ производствами (технические науки);
 - 2.2.8. Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды производствами (технические науки);
 - 2.3.3 Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки).
- Учредитель и издатель: ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет» ул. Университетская, 33. Севастополь, 299053.

Editor-in-Chief

Filipovich O.V., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Deputy Editor-in-Chief

Balakin A.I., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Scientific Editor

Bokhonsky A.I., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Editorial Board

Vartanov M.V., doctor of technical sciences, professor (Moscow)

Grekov N.A., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Doronina Yu.V., doctor of technical sciences, docent (Sevastopol)

Zhmud V.A., doctor of technical sciences, docent (Novosibirsk)

Krasnodubets L.A., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Moiseev D.V., doctor of technical sciences, docent (Sevastopol)

Obzherin Yu.E., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Osipov K.N., doctor of technical sciences, docent (Sevastopol)

Peschanskiy A.I., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Petreshin D.I., doctor of technical sciences, professor (Bryansk)

Preis V.V., doctor of technical sciences, professor (Tula)

Schenyatsky A.V., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Zamoryonov M.V., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Maystrishin M.M., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Rapatsky Yu.L., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

CONTENTS

AUTOMATION AND CONTROL OF PROCESSES AND PRODUCTIONS

- Chalencov N.I., Nevar G.V., Baranovsky Y.A., Malitskaya A.A.** Solution of the inverse problem of dynamics in the joint implementation of Python code and MATLAB/SIMULINK programme for the manipulator SCARA type 4
- Kramar V.A., Dementiev K.V., Yakunin R.D., Kramar O.A., Troitskaya A.A.** Synthesis of a software optimal control law for linear time-varying continuous-discrete control systems 12
- Nikitin Yu.R., Zubkova Yu.V., Zubkov D.B.** Path planning of a mobile robot considering obstacles 25

MATHEMATICAL MODELLING, NUMERICAL METHODS AND SOFTWARE PACKAGES

- Karlusov V.Yu., Kudryavchenko I.V.** Probabilistic estimates of the mobility of swarm elements based on the model of a discrete plane with heterogeneities 35
- Filipovich O.V.** Methods of modeling of single-parameter multi-element selective assembly processes 44
- Nikishin V.V., Bagaev A.V.** A model of echo sounder and side-scan sonar as a part of a maritime simulation for coastal marine research 51
- Abibulaev E.A., Kramar V.A.** Development of a hybrid CNN-GAN system for diagnostics of rare oncological diseases based on limited sets of CT/MRI images 61
- Bokhonsky A.I.** Analytical mechanics in objects controlled motion modelling 70
- Zamoryonov M.V., Chalencov N.I., Shevchenko V.I., Maschenko E.N., Zamoryonov I.M.** Verification of a technical system operation model considering failures and power subsystem redundancy 80
- Varminskaya N.I.** Action principle using in control modeling to motion forms' search 87

MEASURING INSTRUMENTS AND METHODS

- Zuev S.M., Zdruyev G.E.** Methods of semantic segmentation and classification of lidar data using machine learning 98
- Filipovich O.V., Kamtsev V.A., Balakina N.A., Balakin A.I.** Analysis of distributions of random error components using statistical methods for part dimensions measurements 112

Subscription index of the scientific journal is 85768 according to the Internet catalogue "Press of Russia".

The scientific journal is included in the "List of peer-reviewed scientific editions, in which the main results of dissertations for the degree of Candidate of sciences, for the degree of Doctor of sciences should be published", approved by the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, in the following scientific specialties:

1.2.2. Mathematical modeling, numerical methods and software packages

2.2.8. Methods and devices for monitoring and diagnostics of materials, products, substances and the natural environment

2.3.3. Automation and control of technological processes and productions

Founder and publisher: FSAEI HE «Sevastopol State University» ul. Universitetskaya, 33. Sevastopol, 299053.

© FSAEI HE «Sevastopol State University»

© Authors of the articles

**РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ПРИ
СОВМЕСТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ КОДА НА PYTHON И
ПРОГРАММЫ MATLAB/SIMULINK ДЛЯ МАНИПУЛЯТОРА
ТИПА SCARA**

Чаленков Н.И.¹, Невар Г.В.², Барановский Ю.А.³, Малицкая А.А.⁴

**SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM OF DYNAMICS IN
THE JOINT IMPLEMENTATION OF PYTHON CODE AND
MATLAB/SIMULINK PROGRAMME FOR THE MANIPULATOR
SCARA TYPE**

Chalenkov N.I.¹, Nevar G.V.², Baranovsky Y.A.³, Malitskaya A.A.⁴

***Аннотация.** Рассматривается решение обратной задачи динамики двухзвенного манипулятора типа SCARA путём реализации кода для определения углов поворота звеньев по заданной траектории на языке python и обработки полученных значений в среде MATLAB/SIMULINK при использовании библиотеки моделирования физических систем Simscape. Приводится решение обратной задачи кинематики и листинг программы на языке Python, а также модель манипулятора и результаты моделирования в среде MATLAB/SIMULINK.*

***Abstract.** The solution of the inverse problem of dynamics of a two-link manipulator of SCARA type is considered by implementing the code for determining the angles of rotation of links along a given trajectory in python language and processing the obtained values in MATLAB/SIMULINK environment using Simscape physical systems modelling library. The solution of the inverse problem of kinematics and the listing of the program in Python, as well as the manipulator model and the results of simulation in MATLAB/SIMULINK environment are given.*

***Ключевые слова.** Обратная задача динамики, обратная задача кинематики, python, MATLAB/SIMULINK, Simscape.*

***Keywords.** Inverse dynamics, inverse kinematics, python, MATLAB/SIMULINK, Simscape.*

Введение.

Обратная задача динамики представляет собой одну из ключевых задач в области робототехники, заключающаяся в определении

управляющих воздействий для реализации заданного закона движения робототехнической системы [1...3]. Решение этой задачи имеет важное значение для проектирования и управления сложными динамическими системами, такими как манипуляторы, автомобили и летательные аппараты.

Современные подходы к решению обратной задачи динамики часто требуют использования мощных вычислительных инструментов (Python, MATLAB/Simulink). Python, благодаря своей гибкости и широкому спектру библиотек, предоставляет удобные средства для численного моделирования и анализа данных. В то же время, MATLAB/Simulink предлагает визуальные инструменты для моделирования динамических систем и их управления, что позволяет обойтись без составления и решения дифференциальных уравнений динамики антропоморфного манипулятора, в которые подставляются углы поворота звеньев $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ и получают управляющие моменты.

Целью данной работы является решение обратной задачи динамики путём определения углов поворота звеньев заданного закона движения рабочего органа на языке python и использование полученных данных в качестве управляющих сигналов в MATLAB/SIMULINK при использовании библиотеки Simscape.

Определение углов поворота звеньев заданного закона движения.

Определение углов поворота звеньев, которые соответствуют заданной точке и её ориентации в системе координат, при известных геометрических размерах звеньев является обратной задачей кинематики [4...12]. Важно отметить, что решить обратную задачу кинематики можно только для точек, находящихся в рабочей области робота. Если для данной точки решения не существует, это означает, что она находится за пределами рабочей области. При этом она может иметь несколько решений, что делает её неоднозначной.

Приведём решение обратной задачи кинематики для манипулятора типа SCARA, представленном на Рис.1.

Необходимо найти углы α и β первого и второго звена манипулятора для перемещения рабочего органа в заданную точку (x,y), при известных длинах звеньев L_1 и L_2 .

Решение обратной задачи кинематики имеет следующий вид:

$$L^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos(\pi - \beta),$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{L^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2}\right),$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arccos\left(\frac{L^2 + L_1^2 - L_2^2}{2 \cdot L \cdot L_1}\right).$$

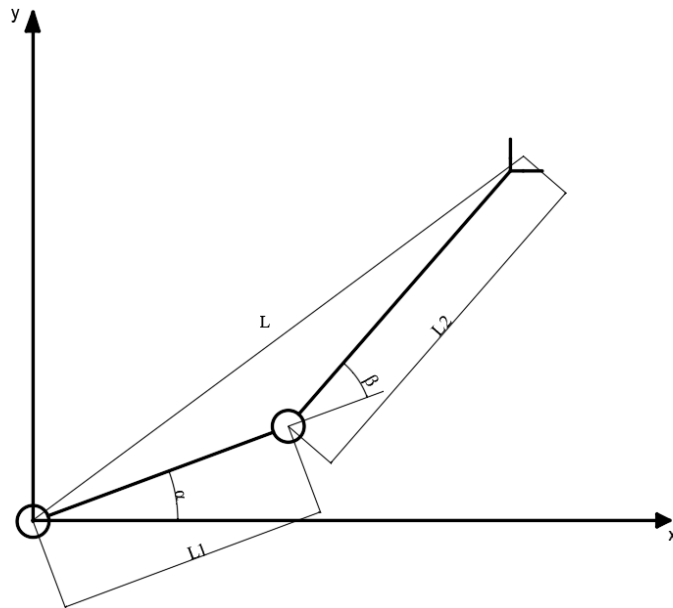


Рис.1 – Схема для решения обратной задачи кинематики

Ниже приводится листинг программы на языке python с возможностью выбора закона движения (движение по линии и движение по синусоиде) и сохранения полученных результатов в файл с расширением `xlsx`.

```
import numpy as np
import pandas as pd
L1 = 200
L2 = 200
xp = float(input("Координата x начальной точки движения манипулятора: "))
yp = float(input("Координата y начальной точки движения манипулятора: "))
Sp = np.sqrt(xp**2 + yp**2)
if Sp > (L1 + L2):
    print("Начальная точка находится вне рабочей зоны манипулятора")
else:
    n = 1000
    zakon = int(input("Закон перемещения рабочего органа (1 - линейное, 2 - синусоида): "))
    match zakon:
        case 1:
            m=float(input("Угол наклона "))
            b=float(input("Смещение по y "))
            x = np.linspace(xp, xp + 100, n)
            y = m * x + b
        case 2:
            A=float(input("Амплитуда синусоиды "))
            B = float(input("Частота синусоиды "))
            x = np.linspace(xp, xp + 100, n)
```

```

        y = A * np.sin(B * x) + A
    case _:
        print("Выбран неверный закон")
    xh = x[-1]
    yh = y[-1]
    Sh = np.sqrt(xh**2 + yh**2)
    if Sh > (L1 + L2):
        print("Конечная точка находится вне рабочей зоны манипулятора")
    else:
        alpha_list = []
        betta_list = []
        n_time_list = []
        for s in range(n):
            L = np.sqrt(x[s]**2 + y[s]**2)
            Betta = np.arccos((L**2 - L1**2 - L2**2)/(2 *
L1 * L2))

            psi = np.arctan2(y[s], x[s])
            phi = np.arccos((L**2 + L1**2 - L2**2)/(2 * L
* L1))

            alpha = psi - phi
            n_time = s/100
            alpha_list.append(alpha)
            betta_list.append(betta)
            n_time_list.append(n_time)
        df = pd.DataFrame({'n': n_time_list, 'alpha':
alpha_list, 'betta': betta_list })
        df.to_excel("invers_kin.xlsx", index=False)
        print("Данные сохранены в файл invers_kin.xlsx")

```

После выполнения программы создаётся файл «invers_kin.xlsx» в котором хранятся значениями углов поворота звеньев, используемых в качестве управляющих сигналов для имитационного решения обратной задачи динамики манипулятора типа SCARA в среде MATLAB/SIMULINK.

Решение обратной задачи динамики для манипулятора типа SCARA при использовании библиотеки Simscape в MATLAB/SIMULINK.

Обратная задача динамики состоит в определении действующих в приводах моментов по заданному закону движения рабочего органа манипулятора. Для решения задачи используется построенная модель манипулятора типа SCARA в среде Matlab/Simulink при использовании библиотеки Simscape, Рис.2 [13]. Полученные углы поворота звеньев посредством блока «From Spreadsheet» преобразуются в сигналы, которые являются управляющими воздействиями для движения рабочего органа по заданной траектории. Управляющие моменты, возникающие в приводах, измеряются при выставлении настроек блока «Revolute Joint».

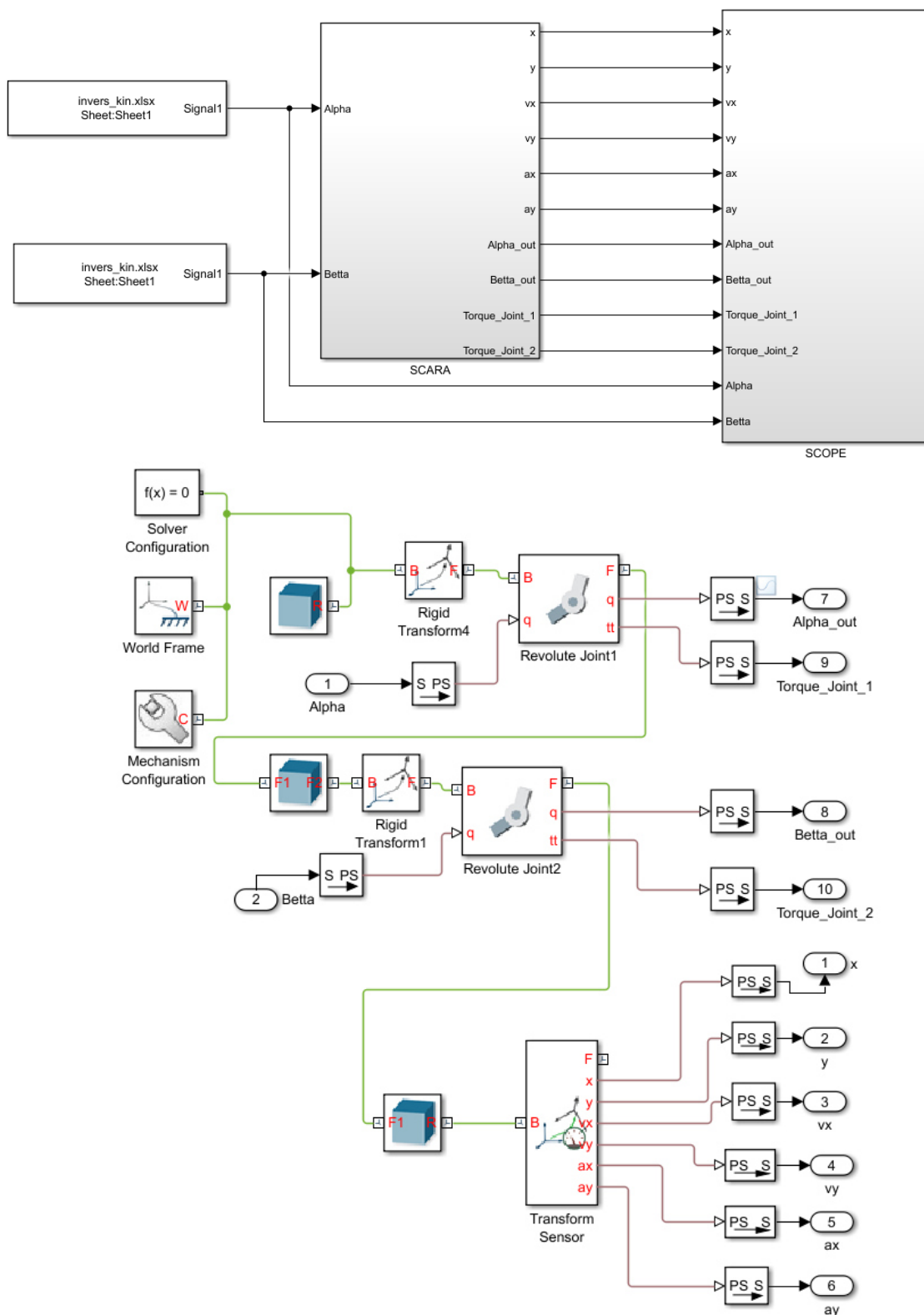


Рис.2 – Модель манипулятора при использовании библиотек Simscape

В качестве примера приведём результаты моделирования манипулятора со следующими параметрами:

– габариты первого и второго плеча манипулятора, ДхШхВ – 0.2х0.05х0.05 м;

– масса первого и второго звена манипулятора, m – 1 кг.
Результаты моделирования приведены на Рис.3,4,5.

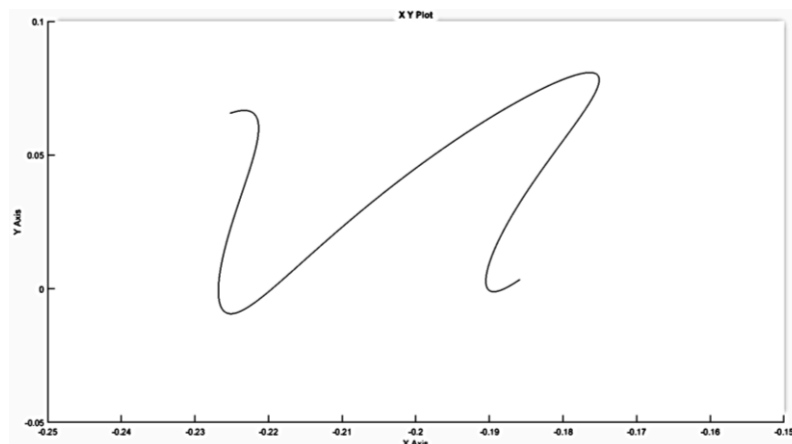


Рис.3 – Траектория перемещения рабочего органа в плоскости XY

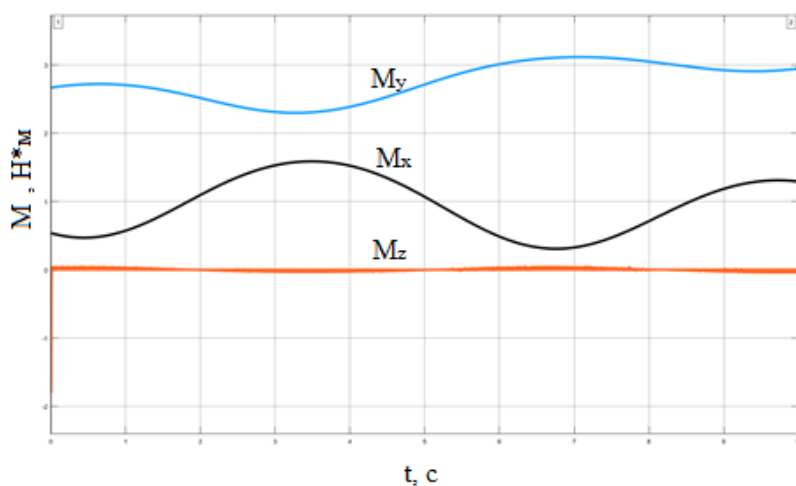


Рис.4 – Графики моментов первого привода (M_x , M_y , M_z – моменты первого привода относительно осей x , y , z)

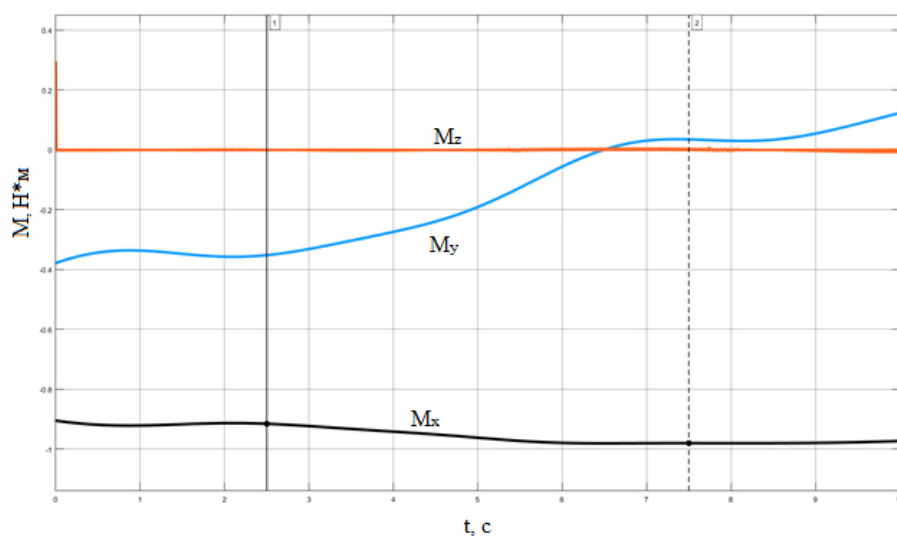


Рис.5 – Графики моментов второго привода (M_x , M_y , M_z – моменты второго привода относительно осей x , y , z)

Выводы.

Проведенные исследования позволяют по заданному закону движения определить возникающие моменты в приводах.

Дальнейшие исследования предполагают реализацию более сложных законов движения, в том числе, представленных графически. А также более детальный анализ и учёт особенностей механизмов.

Библиографический список

1. Булгаков А.Г. Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление. Серия «Библиотека инженера» / А.Г. Булгаков, В.А. Воробьёв. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2011. – 488 с.
2. Бурдаков С.Ф. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов: Учебное пособие / С.Ф. Бурдаков. – М.: Высшая школа, 1986. – 264 с.
3. Зенкевич С.Л. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами. Учебник для вузов / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 400 с.
4. Подураев Ю.В. Мехатроника: основы, методы, применение. Учебное пособие. 2-е издание, стереотипное / Ю.В. Подураев. – Москва: Машиностроение, 2007. – 256 с.
5. Filipovich O. The Analysis of the Kinematic Characteristics of the Multifunctional Module Based on the SCARA Type Manipulator / O. Filipovich, N. Chalenkov, A. Balakin // 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2018. – 2019. – P. 8602884. – DOI 10.1109/FarEastCon.2018.8602884.
6. Chalenkov N.I. Modelling of the end effector movement of the SCARA-module taking into account the characteristics of the drives / N.I. Chalenkov, A.I. Balakin, O.V. Filipovich // Journal of Physics: Conference Series : International Conference «High-Tech and Innovations in Research and Manufacturing», HIRM 2019. – 2019. – Vol. 1353. – P. 012032. – DOI 10.1088/1742-6596/1353/1/012032.
7. Murray R.M. A Mathematic Robot Modeling and Control / R.M. Murray, Z. Li, S.S. Sastry. – CRC Press, 1st edition, 1994 – 519 p.
8. Spong M.W. Robot Modeling and Control / M.W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar. – John Wiley & Sons, New York, 2006 – 585 p.
9. Choset H. Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations / H. Choset [et al.]. – Cambridge, 2005 – 626 p.
10. Paul R.P. Robot Manipulator: Mathematics, Programming and Control. – MIT Press, Cambridge, Mass, 1981 – 279 p.

11. Борисов О.И. Методы управления робототехническими приложениями. Учебное пособие / О.И. Борисов, В.С. Громов, А.А. Пыркин. – СПб.: Университет ИТМО, 2016. – 108 с.
12. Лесков А.Г. Моделирование и анализ робототехнических систем / А.Г. Лесков, А.С. Ющенко. – М.: Машиностроение, 1992. – 80 с.
13. Чаленков Н. И. Моделирование манипулятора типа SCARA в Matlab/Simulink при использовании библиотек Simscape / Н. И. Чаленков, Г.В. Невар // Автоматизация и измерения в машино-приборостроении. – 2023. – № 1(21). – С. 27-32.

¹Чаленков Никита Игоревич, старший преподаватель, NIChalnikov@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

²Невар Галина Валерьевна, ассистент, GVNevar@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

³Барановский Юрий Александрович, старший преподаватель, iuabaranovskii@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

⁴Малицкая Александра Александровна, старший преподаватель, malitskaya@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

Chalnikov Nikita Igorevich, Senior Lecturer, NIChalnikov@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Nevar Galina Valerievna, Assistant, GVNevar@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Baranovsky Yuri Alexandrovich, Senior Lecturer, iuabaranovskii@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Malitskaya Aleksandra Aleksandrovna, Senior Lecturer, malitskaya@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

СИНТЕЗ ПРОГРАММНОГО ОПТИМАЛЬНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ НЕПРЕРЫВНО-ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ УПРАВЛЕНИЯ

Крамарь В.А.¹, Дементьев К.В.², Якунин Р.Д.³, Крамарь О.А.⁴, Троицкая А.А.⁵

SYNTHESIS OF A SOFTWARE OPTIMAL CONTROL LAW FOR LINEAR TIME-VARYING CONTINUOUS-DISCRETE CONTROL SYSTEMS

Kramar V.A.¹, Dementiev K.V.², Yakunin R.D.³, Kramar O.A.⁴, Troitskaya A.A.⁵

Аннотация. Рассматривается математическая модель непрерывно-дискретной системы управления, которая содержит в контуре управления устройства, функционирующие как непрерывно, так и дискретно во времени. В статье выводятся необходимые и достаточные условия оптимальности на случай синтеза программного управления. Показан путь сведения краевой задачи к задаче Коши в виде системы из двух матричных непрерывно-дискретных уравнений. В основе всех построений используется характеристическое тождество Грина-Лагранжа.

Abstract. The mathematical model of a continuous-discrete control system containing devices in the control loop that operate both continuously and discretely in time is considered. The necessary and sufficient optimality conditions are derived in the article for the case of synthesis of program control in the form of a continuous-discrete boundary point. The way of reducing the specified boundary value problem to the Cauchy problem in the form of a system of two matrix continuous-discrete equations is shown. The Green-Lagrange characteristic identity is used as the basis for all constructions.

Ключевые слова. Непрерывно-дискретная система, математическая модель, оптимальное управление, тождество Грина-Лагранжа, программное управление.

Keywords. Continuous-discrete system, mathematical model, optimal control, Green-Lagrange identity, program control.

Введение.

Одним из классов нестационарных систем управления, в котором возникает задача комплексирования каналов непрерывного и дискретного типа, является класс систем управления конечного состояния [1]. Основной отличительной чертой таких систем управления является наличие терминальных условий (жестких ограничений на значения

фазовых координат системы в конечный момент времени). Рассматривается задача управления объектом, содержащим в контуре управления устройства, функционирующие как непрерывно, так и дискретно во времени.

Разработанная благодаря основополагающим работам А. М. Летова и Р. Калмана [2] теория оптимального управления линейными системами по квадратическому критерию продолжает оставаться эффективным инструментом построения управления функционально сложных систем, к которым относится рассматриваемый в работе класс непрерывно-дискретных систем.

В настоящей статье методы, детерминированной линейно-квадратической теории оптимизации, распространяются на системы управления со сложным (неоднородным) описанием. Математическая модель рассматриваемой линейной нестационарной непрерывно-дискретной системы управления в операторной форме имеет вид:

$$\begin{aligned}(Ax)(t) &= B_1(t)u_1(t), & t \in T_i \\ (Ax)(t_i) &= B_2(t)u_2(t_i^-), & t_i \in \theta \\ x(t_0) &= x_0,\end{aligned}\tag{1}$$

где оператор « A » определен выражениями

$$\begin{aligned}(Ax)(t) &= \frac{d}{dt}x(t) - A_1(t)x(t), \\ (Ax)(t_i) &= x(t_i) - A_2(t_i)x(t_i^-), \\ T_i &= [t_i, t_{i+1}), \theta = \{t_1, t_2, \dots, t_k: (t_{i+1} - t_i) > 0\}.\end{aligned}$$

Такое представление математической модели непрерывно-дискретных систем можно трактовать как уравнения движения системы, описываемого первым уравнением системы (1), с многоточечными краевыми условиями, следующими из второго уравнения той же системы [3]. Другими словами, конечно-разностные уравнения системы (1) определяют величину разрыва траектории системы.

По своему математическому описанию системы управления вида (1) принадлежат классу функционально-сложных динамических систем гриновского типа [4]. В качестве аппарата, позволяющего решать задачи синтеза подобных систем целесообразно использовать формализм Грина – Лагранжа, с помощью характеристического тождества системы [5].

Целью статьи является построение программного оптимального управления для непрерывно-дискретной системы управления, которая содержит в контуре управления устройства, функционирующие как непрерывно, так и дискретно во времени.

Построение программного оптимального управления.

Один из отправных моментов конструирования законов управления состоит в выборе критерия качества. Вполне очевидно, что функционал качества должен отражать непрерывное-дискретный характер протекающих в системе процессов. Кроме того, этот функционал должен быть универсальным для использования его в других задачах, например, в задачах построения оптимальных оценок состояния основываясь на принципе двойственности.

Введем в рассмотрение обобщенный функционал, определенный на процессе управления (x, u)

$$\begin{aligned} J(x, u) = & x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t), u_1^T(t)] \begin{bmatrix} P_1(t) & Q_1^T(t) \\ Q_1(t) & R_1(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u_1(t) \end{bmatrix} dt + \\ & + \sum_{i=1}^{K_f} [x^T(t_i^-), u_2^T(t_i^-)] \begin{bmatrix} P_2(t) & Q_2^T(t) \\ Q_2(t) & R_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_i^-) \\ u_2(t_i^-) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

в котором матрица « F » и блочные матрицы P_1, P_2, Q_1, Q_2 являются симметричными и положительно полуопределенными, а $R_1(t)$ и $R_2(t_i)$ – симметричными и положительно определенными.

В различных работах, посвящённых задаче линейно-квадратической оптимизации дискретных систем управления, применяется следующие формы функций штрафа на текущие значения векторов состояния и управления [3], [6,7];

$$S_1 = \sum_{i=1}^N [x^T(t_i)P'(t_i)x(t_i) + u^T(t_i^-)R'(t_i)u(t_i^-)]$$

и

$$S_2 = \sum_{i=1}^N [x^T(t_i^-)P''(t_i)x(t_i^-) + u^T(t_i^-)R''(t_i)u(t_i^-)].$$

Указанные суммы S_1 и S_2 могут быть определены с помощью второго уравнения системы (1) и назначением элементов дискретной блочной матрицы сведены к соответствующей сумме в функционале (2).

Необходимо отыскать такую стратегию управления линейной нестационарной непрерывно-дискретной системой управления (1), которая минимизировала бы функционал (2).

Для решения задачи оптимизации линейной нестационарной непрерывно-дискретной системы управления далее будем использовать подход, опирающийся на применение характеристического тождества Грина – Лагранжа [4,8].

На паре (x, u) , определенной операторными уравнениями (1), сформирован функционал (2). Наряду с парой (x, u) введем в

рассмотрение пары $\tilde{x} = x + \xi$, $\tilde{u}_j = u_j + v_j$, $j = 1, 2$. Поскольку оператор «A» рассматриваемой системы является линейным, то пара $(\tilde{x}, \tilde{u})$ также удовлетворяет уравнению (1). Потребуем, чтобы начальное условие для $\tilde{x}$ совпадало с начальным условием для x . Из этого условия следует, что $\xi(t_0) = 0$, где t_0 – начальный момент времени.

Рассмотрим значения функционала на возмущенном движении $(\tilde{x}, \tilde{u})$. Имеем

$$\begin{aligned} \tau(\tilde{x}, \tilde{u}) = & \tau(x, u) + 2x^T(t_f)F\xi(t_f) + \tau(\xi, v) + \\ & + 2 \int_{t_0}^{t_f} \left[x^T(t)P_1(t)\xi(t) + u_1^T(t)Q_1(t)\xi(t) + x^T(t)Q_1^T(t)v_1(t) + \right. \\ & + u_1^T(t)R_1(t)v_1(t) \left. \right] dt + 2 \sum_{i=1}^{K_f} \left[X^T(t_i^-)P_2(t_i)\xi(t_i^-) + u_2^T(t_i^-)Q_2(t_i)\xi(t_i^-) + \right. \\ & + X^T(t_i^-)Q_2^T(t_i)v_2(t_i^-) + u_2^T(t_i^-)R_2(t_i)v_2(t_i^-) \left. \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Запишем характеристическое тождество Грина – Лагранжа для системы управления (1), которой удовлетворяет переменная ξ , следующим образом

$$\begin{aligned} z^T(t_f)\xi(t_f) = & z^T(t_0)\xi(t_0) + \\ & + \int_{t_0}^{t_f} [z^T(t)B_1(t)v_1(t) - (A^*z^T)(t)\xi(t)]dt + \\ & + \sum_{i=1}^{K_f} [z^T(t_i)B_2(t_i)v_2(t_i^-) - (A^*z^T)(t_i^-)\xi(t_i^-)], \end{aligned} \quad (4)$$

где матрица «z» имеет размерность $n \times 1$, а A^* сопряженный с A оператор, определяющийся соотношениями

$$(A^*z)(\tau) = -\frac{d}{d\tau}z(\tau) - z(\tau)A_1(\tau), \quad (5)$$

$$(A^*z)(t_{i-1}) = z(t_{i-1}) - z(t_i)A_2(t_i). \quad (6)$$

Если учесть, что $\xi(t_0) = 0$ и определитель z^T на правом конце траектории как

$$z^T(t_f) = x^T(t_f)F,$$

то тождество (4) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
& x^T(t_f)F\xi(t_f) = \\
& = \int_{t_0}^{t_f} [z^T(t)B_1(t)v_1(t) - (A^*z^T)(t)\xi(t)]dt + \\
& + \sum_{i=1}^{K_f} [z^T(t_i)B_2(t_i)v_2(t_i^-) - (A^*z^T)(t_i^-)\xi(t_i^-)].
\end{aligned} \tag{7}$$

Подставим в функционал (3) вместо слагаемого $x^T(t_f)F\xi(t_f)$ полученное соотношение (6). В результате будем иметь

$$\begin{aligned}
& \mathcal{J}(\tilde{x}, \tilde{u}) = \mathcal{J}(x, u) + \mathcal{J}(\xi, v) + \\
& + 2 \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t)P_1(t) + u_1^T(t)Q_1(t) - (A^*z^T)(t)]\xi(t)dt + \\
& + 2 \int_{t_0}^{t_f} [u_1^T(t)R_1(t) + x^T(t)Q_1^T(t) + z^T(t)B_1(t)]v_1(t)dt + \\
& + 2 \sum_{i=1}^{K_f} [u_2^T(t_i^-)R_2(t_i) + x^T(t_i^-)Q_2^T(t_i) + z^T(t_i)B_2(t_i)]v_2(t_i^-) + \\
& + 2 \sum_{i=1}^{K_f} [x^T(t_i^-)P_2(t_i) + u_2^T(t_i^-)Q_2(t_i) - (A^*z^T)(t_i^-)]\xi(t_i^-).
\end{aligned} \tag{8}$$

Определим вектор «z» на решениях сопряженной с (1) линейной нестационарной непрерывно-дискретной системы

$$\begin{aligned}
& (A^*z^T)^T(t) = P_1(t)x(t) + Q_1^T(t)u_1(t), \quad t \in T_i, \\
& (A^*z^T)^T(t_i^-) = P_2(t_i)x(t_i^-) + Q_2^T(t_i)u_2(t_i^-), \quad t \in \theta, \\
& z(t_f) = Fx(t_f)
\end{aligned} \tag{9}$$

и потребуем для пары (x, u) выполнения на интервале $[t_0, t_f]$ следующих условий

$$\begin{aligned}
& R_1(t)u_1(t) = -B_1^T(t)z(t) - Q_1(t)x(t), \quad t \in T_i, \\
& R_2(t_i)u_2(t_i^-) = -B_2^T(t_i)z(t_i) - Q_2(t_i)x(t_i^-), \quad t \in \theta.
\end{aligned}$$

причем условия (8) в силу невырожденности матриц R_1 и R_2 могут быть разрешены относительно управления и представлены в виде

$$\begin{aligned}
& u_1(t) = -R_1^{-1}(t)[B_1^T(t)z(t) + Q_1(t)x(t)], \quad t \in T_i, \\
& u_2(t_i^-) = -R_2^{-1}(t_i)[B_2^T(t_i)z(t_i) + Q_2(t_i)x(t_i^-)], \quad t \in \theta.
\end{aligned}$$

Тогда для любой другой пары $(\tilde{x}, \tilde{u})$, удовлетворяющей системе (1), будем иметь

$$\mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{u}) = \mathcal{T}(x, u) + \mathcal{T}(\xi, v). \quad (10)$$

Поскольку в силу введенной конструкции функционала $\mathcal{T}(\xi, v) \geq 0$, то для любой отличной от (x, u) пары выполняется неравенство [4]

$$\mathcal{T}(\tilde{x}, \tilde{u}) \geq \mathcal{T}(x, u).$$

Следовательно пара (x, u) , удовлетворяющая (1), (7) и (9), является оптимальной. При этом (7) и (9) есть необходимые и достаточные условия оптимальности.

Определим теперь минимальное значение функционала (2). В силу условия (5) и характеристического тождества Грина – Лагранжа [8] можно записать терминальный член

$$\begin{aligned} x^T(t_f)Fx(t_f) &= z^T(t_f)x(t_f) = \\ &= z^T(t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} z^T(t)(Ax)(t)dt + \sum_{i=1}^{K_f} z^T(t_i)(Ax)(t_i) - \\ &\quad - \int_{t_0}^{t_f} (A^*z^T)(t)x(t)dt - \sum_{i=1}^{K_f} (A^*z^T)(t_i^-)x(t_i^-) \end{aligned}$$

Тогда функционал (2) с учетом представления терминального члена $x^T(t_f)Fx(t_f)$ в форме (10) можно записать таким образом

$$\begin{aligned} \tau(x, u) &= z^T(t_0)x(t_0) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \left[x^T(t)P_1(t) + u_1^T(t)Q_1(t) - (A^*z^T)(t) \right] x(t)dt + \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} \left[u_1^T(t)R_1(t) + x^T(t)Q_1^T(t) + z^T(t)B_1(t) \right] u_1(t)dt + \\ &+ \sum_{i=1}^{K_f} \left[x^T(t_i^-)P_2(t_i) + u_2^T(t_i^-)Q_2(t_i) - (A^*z^T)(t_i^-) \right] x(t_i^-) + \\ &+ 2 \sum_{i=1}^{K_f} \left[u_2^T(t_i^-)R_2(t_i) + x^T(t_i^-)Q_2^T(t_i) + z^T(t_i)B_2(t_i) \right] u_2(t_i^-) \end{aligned} \quad (11)$$

Откуда в силу условий (7), (8) следует, что минимальное значение функционала (2) определяется выражением

$$\mathcal{T}_{min}(x, u) = z^T(t_0)x(t_0) \quad (12)$$

Построенный оптимальный закон управления (9) линейной нестационарной непрерывно-дискретной системой (1) представляет собой закон в форме программного управления. Для нахождения такого программного управления необходимо решать двухточечную краевую задачу:

$$\begin{aligned}
(Ax)(t) &= -B_1(t)R_1^{-1}(t_i)[B_1^T(t)z(t) + Q_1(t)x(t)], & t \in T_i \\
(Ax)(t_i) &= -B_2(t_i)R_1^{-1}(t_i)[B_2^T(t_i)z(t_i) + Q_2(t_i)x(t_i^-)], & t \in \theta \\
x(t_0) &= x_0, \\
(A^*z^T)^T(t) &= [P_1(t) - Q_1^T(t)R_1^{-1}(t)Q_1(t)]x(t) - \\
&\quad -Q_1^T(t)R_1^{-1}(t)B_1^T(t)z(t), & t \in T_i \\
(A^*z^T)^T(t_i) &= [P_2(t_i) - Q_2^T(t_i)R_1^{-1}(t_i)Q_2(t_i)]x(t_i^-) - \\
&\quad -Q_2^T(t_i)R_2^{-1}(t_i)B_2^T(t_i)z(t_i), & t \in \theta \\
z(t_f) &= Fx(t_f).
\end{aligned} \tag{13}$$

Сведем краевую задачу (11), (12) к задаче Коши. При этом оказывается полезным применением характеристического тождества Грина-Лагранжа [5,8].

Рассмотрим характеристические тождества

$$\begin{aligned}
&\int_t^{t_f} X(\tau)(Ax)(\tau)d\tau + \sum_{i=K(t)}^{K_f} X(\tau_i)(Ax)(\tau_i) - \int_t^{t_f} (A^*X)(\tau)x(\tau)d\tau - \\
&\quad - \sum_{i=K(t)}^{K_f} (A^*X)(\tau_i^-)x(\tau_i^-) = X(t_f)x(t_f) - X(t)x(t)
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
&\int_t^{t_f} z^T(\tau)(AZ^T)(\tau)d\tau + \sum_{i=k(t)}^{t_f} z^T(\tau_i)(AZ^T)(\tau_i) - \\
&\quad - \int_t^{t_f} (A^*z^T)(\tau)Z^T(\tau)d\tau - \sum_{i=k(t)}^{t_f} (A^*z^T)(\tau_i^-)Z^T(\tau_i^-) = \\
&\quad = z^T(t_f)Z(t_f) - z^T(t)Z(t),
\end{aligned}$$

где X и Z – согласованные соответственно с x и z матрицы, а t – произвольный момент времени из T .

Транспонируя последнее соотношение и вычитая из полученного результата тождество (13), имеем с учетом условий (11), (12):

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t_f} \left[\left(AZ^T \right) (\tau) z(\tau) - Z(\tau) \left[P_1(\tau) - Q_1^T(\tau) R_1^{-1}(\tau) Q_1(\tau) \right] x(\tau) + \right. \\
& + Z(\tau) Q_1(\tau) R_1^{-1}(\tau) B_1^T(\tau) z(\tau) + X(\tau) B_1(\tau) R_1^{-1}(\tau) B_1^T(\tau) z(\tau) + \\
& \left. + X(\tau) B_1(\tau) R_1^{-1}(\tau) Q_1(\tau) x(\tau) + (A^* X)(\tau) x(\tau) \right] d\tau + \\
& + \sum_{i=K(t)}^{K_f} \left[\left(AZ^T \right)^T (\tau_i) z(\tau_i) - Z(\tau_i) \left[P_2(\tau_i) - Q_2^T(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) Q_2(\tau_i) \right] x(\tau_i^-) + \right. \\
& + Z(\tau_i^-) Q_2^T(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) B_2^T(\tau_i) z(\tau_i) + X(\tau_i) B_2(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) B_2^T(\tau_i) z(\tau_i) + \\
& \left. + X(\tau_i) B_2(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) Q_2(\tau_i) x(\tau_i^-) + (A^* X)(\tau_i^-) x(\tau_i^-) \right] = \\
& = Z(t_f) z(t_f) - X(t_f) x(t_f) - Z(t) z(t) + X(t) x(t).
\end{aligned}$$

Потребуем выполнение условий

$$\begin{aligned}
(AZ^T)^T(\tau) &= -Z(\tau) Q_1(\tau) R_1^{-1}(\tau) B_1^T(\tau) - X(\tau) B_1(\tau) R_1^{-1}(\tau) B_1^T(\tau), \\
(A^* X)(\tau) x &= -X(\tau) B_1(\tau) R_1^{-1}(\tau) Q_1(\tau) + Z(\tau) [P_1(\tau) - \\
& - Q_1^T(\tau) R_1^{-1}(\tau) Q_1(\tau)], \quad \tau \in T_i
\end{aligned} \tag{14}$$

и

$$\begin{aligned}
(AZ^T)^T(\tau_i) &= -Z(\tau_i^-) Q_2^T(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) B_2^T(\tau_i) - X(\tau_i) B_2(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) B_2^T(\tau_i), \\
(A^* X)(\tau) x &= -X(\tau_i) B_2(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) Q_2(\tau_i) \\
& + Z(\tau_i^-) [P_2(\tau_i) - Q_2^T(\tau_i) R_2^{-1}(\tau_i) Q_2(\tau_i)], \quad \tau_i \in \theta, \\
Z(t_f) z(t_f) &= X(t_f) x(t_f).
\end{aligned}$$

Из выражения (14) следует

$$[Z(t_f)F - X(t_f)]x(t_f) = 0,$$

откуда в силу произвольности вектора $x(t_f)$ имеем

$$Z(t_f)F = X(t_f).$$

Назначим матрицы $Z(t_f)$ и $X(t_f)$ следующим образом

$$\begin{aligned}
X(t_f) &= F, \\
Z(t_f) &= I.
\end{aligned}$$

Таким образом, матричные задачи Коши полностью определены.

Модель системы управления.

Рассмотрим систему управления конечным положением подводного

робототехнического комплекса, в котором цель движется со скоростью, значительно меньшей скорости объекта управления. При этом предположения о законе движения цели могут быть различными. Наиболее часто встречающиеся законы движения цели – с постоянной скоростью, со скоростью, описываемую случайными процессами типа белого шума, либо марковским процессом первого порядка.

Основной задачей исследования контура системы управления являются определение условий, при которых закон управления обеспечивает оптимальное устойчивое движение.

Выделим из математического описания управления боковым движением [9] дифференциальные уравнения, определяющие поведение бокового отклонения аппарата и угла поворота траектории

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \frac{V}{57.3} \Psi + V_{cz}, z(t_0) = 0 \\ \dot{\Psi} &= -b_{42}\Psi + b_{42}\psi + b_{43}\delta_H + b_{42}\beta_{cl}, \Psi(t_0) = 0.\end{aligned}\tag{15}$$

где Ψ – угол поворота траектории, V – скорость движения аппарата, V_{cz} – проекция вектора скорости цели на ось Z , z – боковое отклонение аппарата от цели, ψ – угол рыскания аппарата, δ_H – угол отклонения рулей направления, β_{cl} – центрированный случайный процесс с экспоненциальной корреляционной функцией $\sigma_\beta^2 = \exp(-\lambda_\beta |\tau|)$, отражающий неоднородность среды.

Параметры V , b_{42} , b_{43} и переменные ψ , δ_H доступны измерениям, либо известны на борту АНПА с высокой степенью точности. Неопределенной величиной в (15) является горизонтальная проекция скорости цели V_{cz} . На практике V_{cz} можно принять как случайный процесс типа белого шума, или случайной постоянной или марковским процессом первого порядка.

Предположим, что цель движется с постоянной скоростью и включим V_{cz} в состав фазовых переменных системы (15). В результате приходим к следующей математической модели бокового движения аппарата пониженной размерности

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \frac{V}{57.3} \Psi + V_{cz}, z(t_0) = 0 \\ \dot{\Psi} &= -b_{42}\Psi + b_{42}\psi + b_{43}\delta_H + b_{42}\beta_{cl}, \bar{\Psi}(t_0) = 0, \\ \dot{V}_{cz} &= 0, \bar{V}_{cz}(t_0) = V_{cz0}.\end{aligned}\tag{16}$$

В целях упрощения уравнений фильтра будем считать случайный процесс β_{cl} центрированным белым шумом с интенсивностью $D_\beta = 2\sigma_\beta^2/\lambda_\beta$. Если предположить, что скорость цели является вектором с известной величиной модуля $|V_c|$, расположенным по отношению к оси

координат Z под углом q_{cz} , с равной вероятностью принимающим значение $-180^\circ \leq q_{cz} \leq 180^\circ$, то начальное условие V_{cz0} в системе (16) определим как центрированную случайную величину с дисперсией

$$D_{V_{cz}} = \frac{1}{360} \int_{-180}^{180} (|V_c| \sin q_c)^2 dq_c = \frac{|V_c|^2}{2}.$$

Введем математическую модель функционирования измерителей углового отклонения. Наличие в системе управления измерителей непрерывного и дискретного действия приводит к тому, что помимо непрерывно поступающих измерений угла ϕ в моменты времени t_i в систему поступают измерения от дискретного измерителя. Предполагая малость ошибки измеряемого угла, запишем непрерывно-дискретную модель измерений в виде

$$\begin{aligned} \phi(t) &= -\frac{57.3}{r(t)} z(t) + \frac{57.3}{r(t)} z_{cl}, \\ \phi(t_i) &= -\frac{57.3}{r(t_i)} z(t_i) + h(t_i), \end{aligned} \quad (17)$$

где r – текущая дальность АНПА до цели. z_{cl} центрированный случайный процесс с известной интенсивностью $D_{z_{cz}}$.

В системах рассматриваемого класса величина интенсивности велика, так что процесс z_{cl} является основным фактором, снижающим точность системы управления. Второе уравнение содержит слагаемое $h(t_i)$ обусловленное квантованием по уровню в дискретном измерителе. Процесс квантования является нелинейной операцией и приводит к искажению измеряемой величины $\phi(t_i)$. Поскольку уровни квантования Δ дискретного измерителя достаточно малы по сравнению с измеряемой величиной $\phi(t_i)$, то возможно статистическое представление ошибки квантования $h(t_i)$ в виде дискретного белого шума, накладываемого на полезный сигнал, с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, вычисляемой по формуле $D_h = \Delta^2/12$.

Для решения задачи запишем уравнения системы (16) и измерений (17) в матричной форме. Модель системы

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1(t)x(t) + B_1(t)v_1(t) + \eta_1(t), \\ x(t_i) &= A_2x(t_i^-), \\ \bar{x}(t_0) &= x_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Модель измерений

$$\begin{aligned} y_1(t) &= C_1(t)x(t) + D_1(t)w_1(t), \\ y_2(t_i) &= C_2(t_i)x(t_i) + D_2w_2(t_i). \end{aligned} \quad (19)$$

В уравнениях (18), (19) $x = \text{colon}\{z, \Psi, V_{cz}\}$, $\bar{x}_0 = \text{colon}\{0, 0, 0\}$, $y_1(t) = \phi(t)$, $y_2(t_i) = \phi(t_i)$,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{V}{57.3} & 1 \\ 0 & -b_{42} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_1 = \text{colon}\{0, b_{42}, 0\},$$

$$\eta_1 = \text{colon}\{0, b_{42}, \psi + b_{43}\delta_H, 0\}, C_1 = \text{row}\{-\frac{57.3}{r(t)}, 0, 0\},$$

$$C_2 = \text{row}\{-\frac{57.3}{r(t_i)}, 0, 0\},$$

$$D_1 = \frac{57.3}{r(t)}, D_2 = -1, v_1 = \beta_{cl}, w_1 = z_{cl}, w_2 = h(t_i).$$

Подставляя приведенные выше матрицы в общее решение задачи оптимизации управления линейной нестационарной непрерывно-дискретной системы и переходя к скалярной форме записи получим искомое решение задачи.

Заключение.

В работе был проведен синтез оптимального закона управления для линейной нестационарной непрерывно-дискретной системы, используя обобщенный критерий качества. В результате был получен вариант оптимального управления: в форме программного управления.

Для достижения поставленных целей были выведены необходимые и достаточные условия оптимальности, представленные в виде матриц уравнения Риккати и непрерывно-дискретной краевой задачи. Это позволило формализовать требования к оптимальному управлению и обеспечить его корректное описание в контексте исследуемой системы.

Проведена трансформация полученной краевой задачи в две матричные задачи Коши. Решение этих задач дало возможность установить соотношение между переменными исходной краевой задачи, что является ключевым шагом в процессе синтеза оптимального управления.

На основе полученных результатов были построены аналитические выражения для минимального значения функционала качества управления на оптимальном процессе.

Таким образом, проведенная работа предоставляет теоретическую основу и практические инструменты для синтеза оптимального управления линейными непрерывно-дискретными системами, что может быть полезно в различных областях применения таких систем, например, в автоматическом управлении, робототехнике и других смежных дисциплинах.

Библиографический список

1. Барабанов А.Т. Оптимальное управление и фильтрация в стохастических непрерывно-дискретных системах/ А.Т. Барабанов, Г.А. Агранович, В.М. Кузнецов // Тез. докл. VII Всесоюз. совещ. по пробл. упр. Минск, 1977. – С. 180-183.
2. Kalman R.E. Contributions to the Theory of Optimal Control / R.E. Kalman // Boletin de la Sociedad Mathematica Mexicana, Vol. 5., 1960. – p. 102-119.
3. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления/ А. Брайсон, Ю.-Ши Хо// М.: Мир, 1972. – 544 с.
4. Зорич В. А. Математический анализ. Часть II. / В. А. Зорич // М.: МЦНМО, 2012. – 818 с.
5. Барабанов А.Т. Анализ автоматических систем с непрерывными и дискретными элементами как функционально сложных систем гриновского типа/ А.Т. Барабанов, Г.А. Агранович, О.С. Щербак // Приборостроение, Вып. 34, 1983. – с.47-49.
6. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами / Ю. Н. Андреев // М.: Наука, 1976. – 424 с.
7. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван // М.: Мир, 1976. – 650 с.
8. Кабанов А.А. Алгоритм оптимального комплексирования оценки состояний в дискретно-непрерывных системах АНПА / А.А. Кабанов, В.А. Крамарь, К.В. Дементьев// Известия ЮФУ. Технические науки, №5, 2024. – с. 16-28.
9. Fossen Thor I. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion / Thor I. Fossen // Wiley, 2021. – 736 с.

¹Крамарь Вадим Александрович, д-р техн. наук, проф., kramarv@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

²Дементьев Кирилл Валерьевич, ассистент, mash.saigon.89@gmail.com Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

³Якунин Роман Денисович, ассистент, goodroma1404@gmail.com, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

⁴Крамарь Олег Александрович, ассистент, rolets@yandex.ru Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

⁵*Троицкая Анастасия Андреевна, ассистент, aatroitskaya@sevsu.ru
Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный
университет»*

*Kramar Vadim Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor,
kramarv@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University*

*Dementiev Kirill Valerievich, Assistant, mash.saigon.89@gmail.com
Russia, Sevastopol, Sevastopol State University*

*Yakunin Roman Denisovich, Assistant, goodroma1404@gamil.com,
Russia, Sevastopol, Sevastopol State University*

*Kramar Oleg Aleksandrovich, Assistant, rolets@yandex.ru, Russia,
Sevastopol, Sevastopol State University*

*Troitskaya Anastasia Andreevna, Assistant, aatroitskaya@sevsu.ru
Russia, Sevastopol, Sevastopol State University*

ПЛАНИРОВАНИЕ ПУТИ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С УЧЕТОМ ПРЕПЯТСТВИЙ

Никитин Ю.Р.¹, Зубкова Ю.В.², Зубков Д.Б.³

PATH PLANNING OF A MOBILE ROBOT CONSIDERING OBSTACLES

Nikitin Yu.R.¹, Zubkova Yu.V.², Zubkov D.B.³

Аннотация. Статья посвящена разработке алгоритма автоматического планирования пути мобильного робота (МР) к заданной целевой точке с учетом появления препятствий на пути следования. Рассматриваются преимущества использования МР на производстве, такие как повышение производительности, снижение затрат, улучшение безопасности и гибкости. Обсуждаются современные методы планирования пути, включая алгоритмы поиска по графу, случайной выборки и интеллектуальные бионические алгоритмы. Особое внимание уделяется проблеме планирования безопасных траекторий в условиях информационной недостаточности и наличия препятствий. Представлены результаты моделирования планирования пути МР, подтверждающие эффективность предложенных решений. Для повышения безопасности движения МР предложено использовать лазерные дальномеры. Определены главные критерии при выборе лазерного дальномера – расстояние, масса, надежность, стоимость. Для обнаружения препятствий выбран лазерный дальномер VL53L1X на принципе измерения времени пролета света (ToF) из семейства продуктов ST FlightSense. Для реализации системы обнаружения и автоматического уклонения от столкновений требуется установить 3 лазерных дальномера. Планирование пути для МР и предотвращение столкновений остается актуальной задачей и требует дальнейшего исследования, особенно в контексте интеграции МР с другими автоматизированными технологическими системами и повышении их надежности и безопасности.

Abstract. The paper is devoted to the development of an algorithm for automatic path planning of a mobile robot (MR) to a given target point, taking into account the occurrence of obstacles on its way. The advantages of using MR in manufacturing, such as increased productivity, reduced costs, improved safety and flexibility, are discussed. State-of-the-art path planning methods including graph search, random sampling and intelligent bionic algorithms are discussed. Special attention is given to the problem of planning safe paths in the presence of information scarcity and obstacles. The results of MR path planning modelling are presented, confirming the effectiveness of the proposed solutions. Laser range finders have been proposed to improve the safety of MR traffic. The main criteria for selecting a laser rangefinder - distance, weight, reliability, cost - are defined.

For obstacle detection the VL53L1X laser rangefinder based on the principle of time-of-flight (ToF) measurement from the ST FlightSense product family was selected. It is a fast, miniature ToF sensor with a range of up to 4 m and a measurement frequency of up to 50 Hz, allowing absolute distance measurement independent of obstacle colour and surface reflection properties. To realise a collision detection and automatic evasion system, 3 laser rangefinders are required. Path planning for MR and collision avoidance remains a topical issue and requires further research, especially in the context of integrating MR with other automated process systems and improving their reliability and safety.

Ключевые слова. Планирование пути, автоматизация, мобильный робот, препятствия, моделирование.

Keywords. Path planning, automation, mobile robot, obstacles, modelling.

Введение.

Современные технологические процессы требуют высокой степени автоматизации для повышения эффективности, снижения затрат и улучшения качества продукции. Одним из ключевых направлений развития автоматизации является использование мобильных роботов (МР), способных выполнять широкий спектр задач – от транспортировки материалов до выполнения сложных производственных операций. В данной статье рассмотрено планирование пути для МР с учетом появления препятствий, например, людей на пути следования.

Преимущества использования МР на производстве в технологических процессах:

1. Повышение производительности. МР могут работать круглосуточно без перерывов, что значительно увеличивает производительность предприятия. Они также способны выполнять задачи быстрее и точнее, чем люди, особенно при выполнении монотонных и повторяющихся операций.

2. Снижение затрат. Использование МР позволяет сократить затраты на рабочую силу, так как они заменяют человеческий труд. Кроме того, МР требуют меньших затрат на обслуживание и ремонт по сравнению с традиционными производственными линиями.

3. Улучшение безопасности. МР могут выполнять опасные и сложные операции, снижая риск травмирования работников. Это особенно важно в отраслях, где требуется работа с тяжелыми грузами или опасными материалами.

4. Гибкость и адаптация. Современные МР обладают высокой степенью гибкости и могут легко адаптироваться к изменениям в производственной среде. Они могут быть перепрограммированы для выполнения новых задач, что делает их универсальными инструментами

для различных производств.

5. Интеграция с другими системами. МР могут быть интегрированы с другими автоматизированными системами, такими как системы управления производством (MES), что позволяет создавать полностью автоматизированные производственные линии.

Целью работы является разработка алгоритма автоматического планирования пути МР к заданной целевой точке с постоянным сканированием препятствий на пути следования и принятием мер при обнаружении препятствий (останов МР, подача звуковых и световых сигналов или объезд препятствия).

Обзор литературных источников по теме планирования пути МР с учетом неожиданно появляющихся препятствий.

Хороший обзор методов планирования пути для навигации МР в плотной среде представлен в [1], где рассмотрены методы планирования пути МР, их достоинства и недостатки. В [2] решена проблема навигации МР с ограниченной информацией об окружающей среде. Описан алгоритм поиска пути к цели с минимальным числом поворотов. Идея алгоритма основана на семействе алгоритмов реактивной навигации bug. МР запоминает границы препятствий и рассчитывает угол поворота в зависимости от окружающей обстановки. Отличие от алгоритмов bug в том, что робот не движется "вдоль препятствия", а поворачивает только в ограниченном числе случаев. Представлены результаты тестирования алгоритма на смоделированных полигонах. Эффективность оценивается путем сравнения минимально возможного количества поворотов с количеством поворотов в траектории, полученной с помощью алгоритма.

Обзорная статья [3] посвящена методам планирования пути для МР в среде с препятствиями. В статье рассматриваются различные подходы к решению этой задачи, начиная от классических методов, таких как методы на основе графов, клеточных сетей и методы потенциальных полей, до современных интеллектуальных алгоритмов, которые вызывают наибольший интерес для применения в реальных условиях. Также в статье рассматривается применимость данных методов в различных типах сред. В [4] решены проблемы управления при планировании безопасных траекторий группы МР.

В последние годы МР широко используются на автоматизированных складах [5]. Когда МР работает на складе, он должен сначала точно воспринять окружающую среду, а затем построить карту, по которой можно ориентироваться. Для решения задачи планирования пути МР разработан глобальный динамический метод планирования пути, включающий улучшенный алгоритм A^* . Во-первых, информация о расстоянии между узлами интегрируется в эвристическую функцию с

экспоненциальной функцией затухания в качестве коэффициентов для ускорения скорости поиска глобальной оптимизации и повышения эффективности планирования пути; во-вторых, запланированный путь сглаживается и оптимизируется путем комбинирования метода градиентного спуска; наконец, алгоритм A^* может выполнять глобальное динамическое планирование пути.

В [6] для планирования пути без столкновений использована искусственная нейронная сеть глубокого обучения. В [7] рассматриваются методы планирования и управления движением мобильного робота в неопределенной среде с неподвижными и движущимися препятствиями, в том числе со случайными изменениями векторов скоростей движущихся препятствий. Проанализированы методы планирования движения МР в условиях неопределенности. Авторами предложено решение, при котором эксплуатация МР с использованием имитационного моделирования в условиях неопределенности будет успешной. В [8] предложен разработанный алгоритм, объединяющий достоинства алгоритма жука и методологии потенциальных полей.

В [9] решена проблема планирования маршрута МР между двумя заданными точками со статическими препятствиями на базе комплексного подхода на основе методов теории графов, в том числе диаграммы Вороного, графа видимости и алгоритма Дейкстры. Реализована оптимизация длины пути МР и значительно снижена вычислительная сложность построения графа видимости.

В [10] проведены исследования по планированию движения МР со смещением центра потенциального поля статичного препятствия, позволяющий исключить возможность возникновения колебаний центра масс МР. В [11] предложен алгоритм планирования работ в группе автономных МР для ликвидации последствий пожаров или чрезвычайных ситуаций.

В [12] исследованы алгоритмы планирования траектории МР с меньшей вычислительной сложностью. В [13] рассмотрены актуальные вопросы в области построения интеллектуальной системы по планированию траектории движения МР посредством нейронной сети. В работе [14] предложено решение проблемы недостаточной производительности и точности отслеживания траектории движения МР в реальном времени за счет внедрения системы, сочетающей в себе машинное зрение и лазерный радар. В [15] предложен программный комплекс для определения вероятности столкновения МР с препятствиями.

Анализ приведенных выше источников показывает, что тема планирования пути МР и избегание столкновений с препятствиями является весьма актуальной и требует дальнейших исследований.

Разработка модели планирования пути мобильного робота.

При создании модели планирования пути МР в программном продукте MATLAB были учтены несколько ключевых аспектов:

1. Кинематическая и динамическая модели робота: описание движения робота с учетом его кинематики и динамики.
2. Алгоритмы управления движением: алгоритм для планирования траектории и управления двигателем робота.
3. Обратная связь и коррекция ошибок: обработка данных от датчиков и корректировка пути при необходимости.

МР имеет два ведущих колеса и два пассивных поддерживающих ролика спереди и сзади платформы (дифференциальный привод). Его движение можно описать следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V \cos(\theta), \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin(\theta), \\ \omega &= \frac{d\theta}{dt},\end{aligned}$$

где x , y – координаты МР на плоскости, θ – угол ориентации МР относительно оси x , v – линейная скорость МР, ω – угловая скорость относительно центра вращения МР.

Для планирования траектории использован ПИД-регулятор для управления направлением движения робота со следующими параметрами: коэффициент пропорционального звена $K_p = 1$; коэффициент интегрального звена $K_i = 0.01$; коэффициент дифференциального звена $K_d = 0.05$.

Например, пусть координаты начального положения МР – точка с координатами $x=0$, $y=0$. координаты цели МР – точка с координатами $x=10$, $y=5$.

Результаты моделирования движения МР по беспрепятственному пути между двумя точками в программном продукте MATLAB показаны на Рис.1.

Лазерные дальномеры или лидары являются одним из наиболее распространенных типов датчиков, используемых для обнаружения препятствий и уклонения от них. Лидары обеспечивают высокую точность измерений и способны работать в различных условиях освещенности и погоды. Использование лидаров в МР значительно повышает безопасность движения. Главные критерии при выборе лазерного дальномера – расстояние, масса, надежность, стоимость.

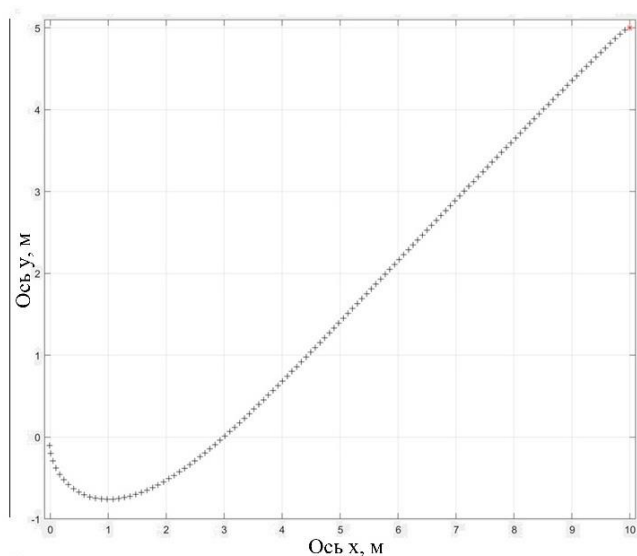


Рис.1 – Результаты моделирования движения робота

В работах [16...21] предложено решение для обнаружения препятствий, уклонения от них, проблемы недостаточной производительности и точности отслеживания траектории движения МР в режиме реального времени за счет внедрения систем на лазерном радаре или лидаре.

Для обнаружения препятствий выбран лазерный дальномер VL53L1X. VL53L1X – это современный лазерный датчик на принципе измерения времени пролета света (ToF) из семейства продуктов ST FlightSense. Это быстрый миниатюрный датчик ToF с дальностью до 4 м и частотой измерения до 50 Гц. В отличие от обычных ИК-датчиков, VL53L1X использует технологию ToF последнего поколения ST, которая позволяет измерять абсолютное расстояние независимо от цвета препятствия и отражающих свойств поверхности.

Модуль для измерения расстояния на базе лазерного дальномера VL53L1X показан на Рис.2.

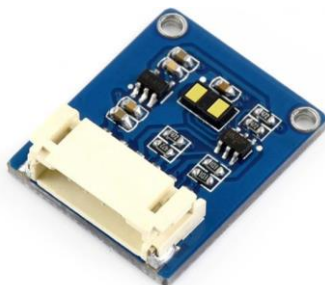


Рис.2 – Лазерный дальномер VL53L1X

Особенности применения лазерного дальномера VL53L1X:
– полностью интегрированный миниатюрный модуль (25 мм * 10 мм);

- излучатель: невидимый инфракрасный лазер с длиной волны 940 нм (класс лазерной безопасности 1);
- приемная матрица SPAD (однофотонный лавинный диод) со встроенной линзой;
- микроконтроллер с низким энергопотреблением;
- поле зрения датчика (FoV): 27°;
- интерфейс I²C (до 400 кГц).

Для реализации системы обнаружения и автоматического уклонения от столкновений требуется установить 3 лазерных дальномера. Первый дальномер располагается прямо по курсу движения МР для обнаружения и автоматического уклонения от лобового столкновения с другими МР, людьми, технологическим оборудованием или поддержания заданного расстояния в кильватерном строю при групповом управлении. Второй дальномер располагается слева под углом 30° градусов от осевой линии МР для обнаружения препятствия и определения возможности объехать его. Третий дальномер располагается справа под углом 30° градусов от осевой линии МР для обнаружения препятствия и определения возможности объехать его. Если возможности для объезда препятствия нет, то МР останавливается и подает звуковые и световые сигналы.

Результаты моделирования движения МР с обнаружением препятствий и их объездом в программном продукте MATLAB показаны на Рис.3.

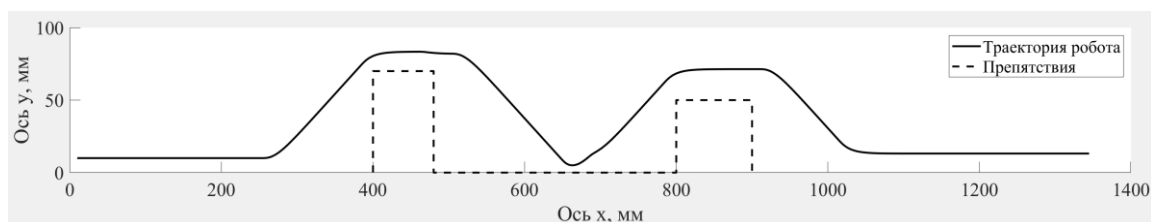


Рис. 3 – Результаты моделирования движения робота с обнаружением препятствий и их объездом

Суть алгоритма заключается в обнаружении препятствия, измерению расстояния до него, расчета угла поворота МР для объезда препятствия. После объезда препятствия МР возвращается на расчетную траекторию движения.

Заключение.

Внедрение МР на производстве способствует значительному увеличению производительности, снижению затрат, улучшению безопасности и гибкости производственных процессов. Существуют различные методы планирования пути для МР, включая алгоритмы поиска по графу, случайной выборки и интеллектуальные бионические алгоритмы. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и

ограничения, которые необходимо учитывать при выборе подхода к конкретной задаче.

Разработанные алгоритмы были протестированы посредством моделирования, что позволило подтвердить их эффективность. Для повышения безопасности движения МР предложено использовать лазерные дальномеры, определяющими параметрами которых являются расстояние, масса, надежность, стоимость.

Для обнаружения препятствий выбран лазерный дальномер VL53L1X на принципе измерения времени пролета света (ToF) из семейства продуктов ST FlightSense с параметрами; дальность измерения расстояния до 4 м, частотой измерения до 50 Гц, независимость от цвета препятствия и свойств отражения от поверхности. Для реализации системы обнаружения и автоматического уклонения от столкновений рекомендуется установить 3 лазерных дальномера. Тема планирования путей для МР и предотвращение столкновений остается актуальной и требует дальнейшего исследования, особенно в контексте интеграции МР с другими автоматизированными технологическими системами и повышения их надежности и безопасности.

Библиографический список

1. Мамедова Т.А.К. Планирование пути мобильного робота в динамических средах: обзор / Т.А.К. Мамедова, Н.Р.К. Алиева // *Endless Light in Science*. – 2022. – № 6-6. – С. 156-165. – EDN NVMVDI.
2. Rego G.E. Dynamic path planning algorithm for autonomous mobile robot with a minimum number of turns in unknown environment / G.E. Rego, R.V. Voronov // *Vestnik of saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. – 2023. – Vol. 19, No. 2. – P. 264-274. – DOI 10.21638/11701/spbu10.2023.211. – EDN CXDWVI.
3. Газиева Л.Р. Обзор методов планирования пути мобильного робота в среде с препятствиями / Л.Р. Газиева // *Тенденции развития науки и образования*. – 2024. – № 110-117. – С. 73-76. – DOI 10.18411/trnio-06-2024-931. – EDN AMCYVN.
4. Юдинцев Б.С. Синтез нейросетевой системы планирования траекторий для группы мобильных роботов / Б. С. Юдинцев // *Системы управления, связи и безопасности*. – 2019. – № 4. – С. 163-186. – DOI 10.24411/2410-9916-2019-10406. – EDN VVEBQR.
5. Вэнь И. Исследование алгоритмов планирования траектории для мобильных роботов / И. Вэнь // *Вопросы устойчивого развития общества*. – 2022. – № 8. – С. 1095-1105. – EDN SBEIQA.
6. Фархуд А.К. Управление мобильным роботом с применением

- нейронной сети для планирования движения в некартографированной среде с препятствиями / А.К. Фархуд // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2021. – № 6 (223). – С. 99-114. – DOI 10.18522/2311-3103-2021-6-99-114. – EDN YVBTYG.
7. Bizhanova O. Methods of planning the trajectory of a mobile robot in conditions of uncertainty / O. Bizhanova, O. Salykova, H. Moldamurat, I. Ivanova // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. – 2023. – No. 6(129). – P. 339-346. – DOI 10.52167/1609-1817-2023-129-6-339-346. – EDN GZQUUE.
8. Barashkov A.A. Field bug algorithm in the problem of local motion planning for mobile robots / A.A. Barashkov // Journal of Advanced Research in Technical Science. – 2020. – No. 19. – Pp. 51-58. – DOI 10.26160/2474-5901-2020-19-51-58. – EDN VAYVZI.
9. Попова А.А. Глобальное планирование маршрута мобильного робота на основе графовых методов / А.А. Попова // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2024. – № 2. – С. 57-67. – DOI 10.24143/2072-9502-2024-2-57-67. – EDN BEIHAL.
10. Кошман А.М. Планирование движения мобильного робота со смещением исходного центра потенциального поля статичного препятствия / А.М. Кошман, А.С. Быков, А.В. Леонард, В.А. Шурыгин // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2024. – № 4(287). – С. 65-71. – DOI 10.35211/1990-5297-2024-4-287-65-71. – EDN UCAPXF.
11. Топольский Н.Г. Алгоритм оптимального планирования операций по ликвидации последствий пожаров и чрезвычайных ситуаций гетерогенной группой автономных мобильных роботов / Н.Г. Топольский, В.Я. Вилисов // Инженерный вестник Дона. – 2021. – № 4(76). – С. 226-241. – EDN RHHTRG.
12. Павлов А.С. Методика планирования траектории движения группы мобильных роботов в неизвестной замкнутой среде с препятствиями / А.С. Павлов // Системы управления, связи и безопасности. – 2021. – № 3. – С. 38-59. – DOI 10.24412/2410-9916-2021-3-38-59. – EDN JPDHEJ.
13. Ли Ч. Планирование траектории движения мобильного робота с использованием нейронной системы / Ч. Ли, Х. Лю, Ж. Ван, С. Чжан // Мир современной науки. – 2021. – № 4(68). – С. 7-10. – EDN WZQSMY.
14. He B. Mobile robot tracking system based on machine vision and laser radar / B. He, C. Fan, X. Mu, R. Wang // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2024. – No. 2(73). – P. 63-70. – DOI 10.38161/1996-3440-2024-2-63-70. – EDN BWDBSL.
15. Михеев А.В. Программные средства для анализа признаков траектории движения мобильного робота с использованием нейронных

- сетей с вниманием / А.В. Михеев, К.В. Святков, Ю.А. Лапшов, В.Г. Тронин // Автоматизация процессов управления. – 2020. – № 3(61). – С. 70-79. – DOI 10.35752/1991-2927-2020-3-61-70-79. – EDN EPGCSO.
16. Jianing Luan High precision positioning algorithm based on two-dimensional code vision and laser radar fusion / Luan Jianing, Zhang Wei, Sun Wei [et al.] // Computer applications. 2021. № 41. Pp. 1484-1491.
 17. Wenjuan Jiang Method of laser radar target tracking and location based on machine vision / Jiang Wenjuan, Wang Gaoping, Shao Kaili [et al.] // Laser Journal. 2023. № 44. P. 218-224.
 18. D'Arco M. Detection and Tracking of Moving Objects Using a Roadside LiDAR System / M. D'Arco, L. Fratelli, G. Graber [et al.] // IEEE Instrumentation & Measurement Magazine. 2024. № 27. Pp. 49-56.
 19. Sziranyi Tamas Positioning and perception in LIDAR point clouds / Tamas Sziranyi, Saba Benedek, Andras Majdik, Balazs Nagy, etc. // Digital Signal Processing, 2021. – № 119. – Pp. 1051-2004.
 20. Alhashimi A. Calibrating Range Measurements of Lidars Using Fixed in Unknown Positions / A. Alhashimi, M. Magnusson, S. Knorn [et al.] // Sensors, 2021. – № 21. – Pp. 155- 163.
 21. Nikitin Yu. UAV control system with obstacle detection and automatic collision avoidance functions / Nikitin Yu. // International Student Scientific Conference: Mechatronics, production technologies, digital enterprise: latest success, challenges and trends. 16.05.2024. – Pp. 137–149. ISBN 978-80-87583-51-7.

¹Никитин Юрий Рафаилович, канд. техн. наук, доцент, *nikitin@istu.ru*, Россия, Ижевск, ФГБОУ ВО ИжГТУ им. М.Т. Калашникова

²Зубкова Юлия Валерьевна, канд. техн. наук, доцент, *zubkov-jr@yandex.ru*, Россия, Ижевск, ФГБОУ ВО ИжГТУ им. М.Т. Калашникова

³Зубков Дмитрий Борисович, студент, *stigeronn@gmail.com*, Россия, Ижевск, ФГБОУ ВО ИжГТУ им. М.Т. Калашникова

Nikitin Yuriy Rafailovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, nikitin@istu.ru, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Zubkova Yuliya Valer`evna, Candidate of Technical Sciences, Docent, zubkov-jr@yandex.ru, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Zubkov Dmitriy Borisovich, Student, stigeronn@gmail.com, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ОЦЕНКИ МОБИЛЬНОСТИ РОЕВЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОЙ
ПЛОСКОСТИ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ**

Карлусов В.Ю.¹, Кудрявченко И.В.²

**PROBABILISTIC ESTIMATES OF THE MOBILITY OF SWARM
ELEMENTS BASED ON THE MODEL OF A DISCRETE PLANE
WITH HETEROGENEITIES**

Karlusov V.Yu.¹, Kudryavchenko I.V.²

Аннотация. Рассматривается модель дискретной плоскости с заданным равномерным распределением вероятностей перемещения элементов роя между соседними клетками операционного поля, содержащего отражающие внешние границы и неоднородности в виде зеркал: плоского и углового. Вероятностные оценки мобильности рассчитываются как совокупности исходов, состоящих в попадании роевых элементов в клетки операционного поля, отнесенных к сумме совокупностей всех возможных исходов за рассматриваемое число тактов дискретного времени. Приведены примеры моделирования и возможные перспективы дальнейших исследований.

Abstract. A model of the discrete plane with a given uniform distribution of probabilities of swarm elements movement between adjacent cells of the operational field containing reflective external boundaries and heterogeneities in the form of mirrors: flat and angular is considered. Probabilistic estimates of mobility are calculated as sets of outcomes consisting of swarm elements entering the cells of the operational field, divided to the sum of sets of all possible outcomes for the considered number of discrete time steps. Examples of modeling and possible prospects for further research are given.

Ключевые слова. Моделирование, дискретная плоскость с неоднородностями, случайные события, совокупность исходов.

Keywords. Modeling, discrete plane with heterogeneities, random events, set of outcomes.

Введение.

Сложные технические системы, предназначенные для решения различных комплексных задач, должны обладать способностью адаптации

к непрерывно изменяющимся и трудно прогнозируемым внешним условиям [1]. Это сближает их с поведением живых организмов, вынужденных выживать в условиях переменного окружения, являющегося источником как предсказуемых, так и непредсказуемых угроз [2]. Поэтому понятен интерес исследователей к использованию роевых алгоритмов и методов, относящихся к области «естественных вычислений» (natural computing), в задачах моделирования и оптимизации сложных технических систем [3,4], например, в системах сборки заказанных клиентами товаров в роботизированных складах [5].

Имитационное моделирование роя частиц ранее применялось авторами к решению задачи поиска на дискретной плоскости [6]. Были установлены оптимальные соотношения между размерами операционного поля и объемом роя при заданных ограничениях модели, связанных с физической интерпретацией роевого элемента (РЭЛ) как малоразмерной мобильной платформы с элементами интеллектуального поведения. В частности, для предотвращения конфликтов перемещений применялся соответствующий поведенческий алгоритм РЭЛ. Кроме того, минимальная толщина препятствия (неоднородности) устанавливалась равной одной клетке операционного поля (ОП). Однако возможности роевого подхода позволяют снять указанные ограничения ранее рассмотренной модели. Во-первых, возможно масштабирование рассматриваемой области и предотвращение конфликтов (столкновений) за счет более точного позиционирования РЭЛ. Во-вторых, толщина препятствий может быть существенно меньше расстояния одного перехода между узлами дискретного пространства (ширины одной клетки ОП) [7]. И, наконец, существуют задачи, связанные с обработкой вычислительных данных, в которых не требуется перемещать физические объекты [8].

Целью данной работы является разработка модели с упрощенным поведенческим алгоритмом РЭЛ и учетом влияния неоднородностей ОП на вероятностные оценки мобильности РЭЛ. Под вероятностными оценками понимаются отношения совокупностей исходов, состоящих в попадании РЭЛ за заданное число шагов из исходных клеток (шлюзов) в ту или иную клетку ОП, к суммарной совокупности всех возможных исходов. При таком подходе случайные события не являются элементарными и на этом основании могут рассматриваться как несовместные, что упрощает вычисление вероятностных оценок для роевых элементов [9,10].

Математическая модель.

При построении математической модели использовались термины и определения, которые были сформулированы в предыдущих публикациях авторов [6,7].

1. Поведенческая модель роевого элемента.

Дискретную плоскость (ОП) будем понимать как синоним двумерного дискретного пространства, заданного на основе квадратного покрытия, а частицу роя для краткости именовать РЭЛ, который может перемещаться по ОП на один шаг за один такт работы алгоритма модели. Будем считать, что дискретная плоскость, внутри которой функционирует рой, допускает скачкообразные перемещения всех РЭЛ одновременно. Перемещение представляется возможным, если в выбранном направлении нет препятствий. Под препятствиями понимаются границы ОП и специально введенные неоднородности. Будем считать, что РЭЛ между собой не взаимодействуют в плане обмена информацией, а действие каждого РЭЛ автономно и независимо. Направления перемещений РЭЛ на ОП соответствуют сторонам света: Север (С), Юг (Ю), Восток (В), Запад (З). При этом направления на Юг и Восток совпадают с положительными направлениями координатных осей Ox и Oy .

2. Неоднородности операционного поля.

Будем рассматривать в качестве препятствий ОП (Рис.1) его границы (Рис.2), а также неоднородности типа «зеркало» (Рис.3) и «угловое зеркало» (Рис.4).

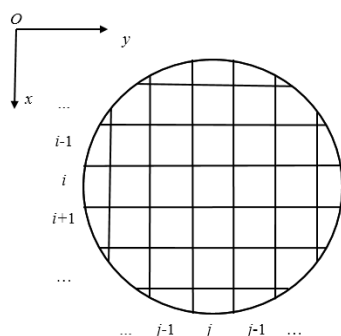


Рис.1 – Фрагмент ОП без неоднородностей

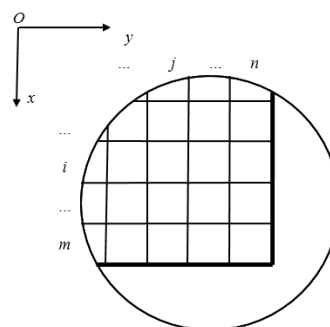


Рис.2 – Фрагмент ОП с отражающей границей

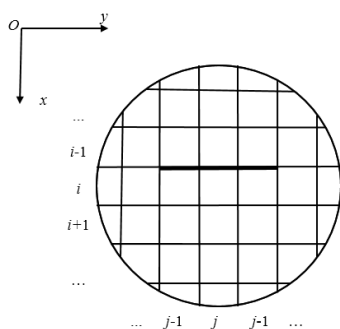


Рис.3 – Неоднородность «зеркало»

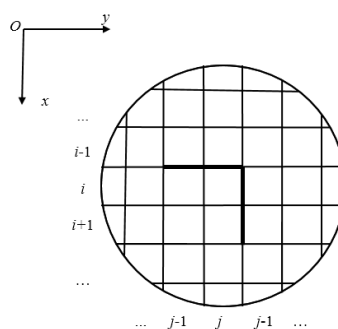


Рис.4 – Неоднородность «угловое зеркало»

В общем случае неоднородности «зеркало» и «угловое зеркало» могут иметь произвольные размеры и ориентацию на ОП.

3. Обоснование вероятностной оценки.

Рассмотрим фрагмент ОП без неоднородностей. Будем считать, что выбор направления перемещения РЭЛ происходит случайно по равномерному закону. Учитывая, что возможных направлений всего 4, имеем дискретное равномерное распределение случайной величины. Элементарным событием на первом такте (шаге) является попадание РЭЛ в соседнюю клетку с вероятностью $p_1=1/4$. На втором шаге, в соответствии с теоремой об умножении вероятностей независимых событий, получим $p_2 = p_1 \times p_1 = 1/16$ и т. д. Очевидно, что на k -м шаге вероятность попадания «блуждающего» РЭЛ в ту или иную клетку операционного поля составит: $p_k = (p_1)^k = 1/2^{2k}$. Однако, в нашем случае, интерес представляет возможность попадания РЭЛ в некоторую клетку ОП за произвольное число тактов. Эту возможность следует рассматривать как совокупность исходов. То есть существует множество путей/траекторий по которым один или несколько РЭЛ могут попадать из своих шлюзов в клетки ОП. Учитывая, что исходы, в отличие от элементарных событий, всегда несовместны, в необходимых случаях будем применять формулу сложения вероятностей для несовместных событий. Очевидно, что общее число путей, приводящих РЭЛ во все доступные поля ОП, равно:

$$СИ_{\Sigma}(t_k) = 2^{2k} \times N, \quad (1)$$

где t_k – дискретное время, соответствующее k -му шагу/такту, а N – количество РЭЛ.

Обозначим совокупность исходов, связанную с попаданием в клетку ОП с координатами (i, j) на k -м такте дискретного времени, символом $СИ_{ij}(t_k)$. Тогда вероятностную оценку для указанной клетки ОП можно рассчитать по формуле

$$p_{ij}(t_k) = \frac{СИ_{ij}(t_k)}{СИ_{\Sigma}(t_k)}. \quad (2)$$

Принцип расчета значений $СИ_{ij}(t_k)$ поясняется на Рис.5. На нулевом такте может быть реализована единственная возможность. На первом такте таких возможностей 4, а на втором – 16. Видно, что часть из этих возможностей приводят к одинаковым исходам. В частности, в клетки с координатами $(i-1; j-1)$, $(i+1; j-1)$, $(i-1; j+1)$, $(i+1; j+1)$ РЭЛ за два такта может попадать двумя различными путями, а в клетку с координатами (i, j) – четырьмя. Расчет значений $СИ_{ij}(t_k)$ с учетом неоднородностей

поясняется на Рис.6 и Рис.7. Отличие состоит в том, при наличии отражающих неоднородностей следует учитывать инверсию (смену знака) направлений перемещений РЭЛ, «стремящихся» пересечь линию зеркала.

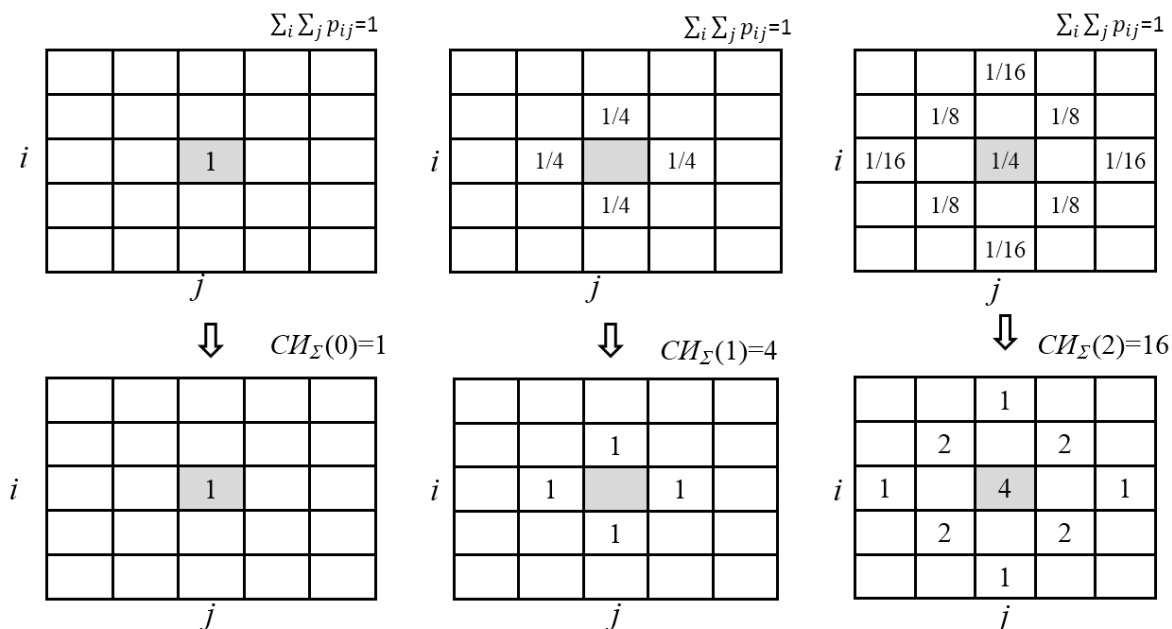


Рис.5 – Начальные совокупности исходов в отсутствие неоднородностей

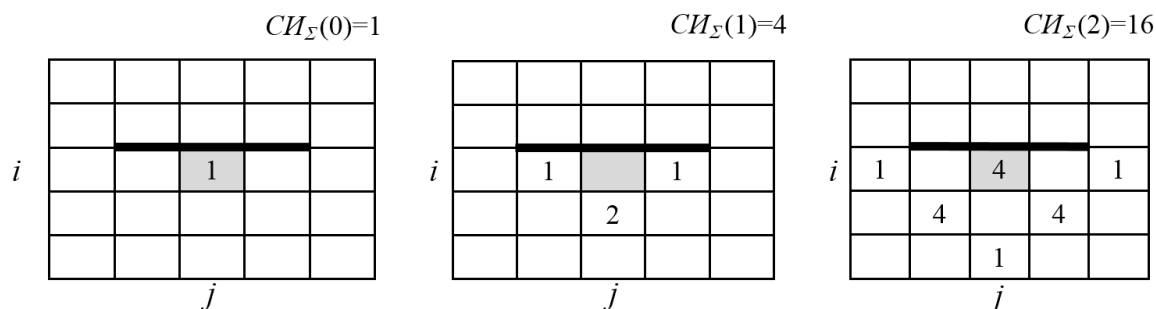


Рис.6 – Начальные совокупности исходов с неоднородностью «зеркало»

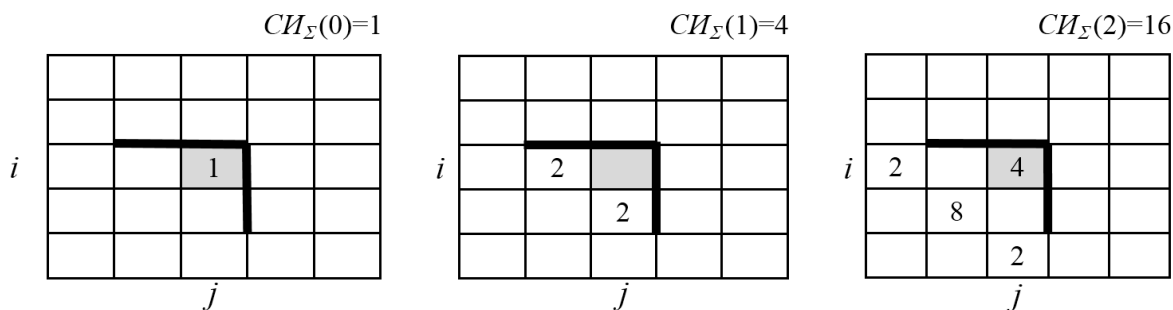


Рис.7 – Начальные совокупности исходов с неоднородностью «угловое зеркало»

4. Примеры моделирования.

В ходе моделирования рассматривались варианты перемещения РЭЛ на ОП размером 13×13 клеток ($i, j = 1, 2, \dots, 13$), отличающиеся количеством РЭЛ, составом неоднородностей и координатами шлюзов.

В таблице 1 указаны значения совокупностей исходов попаданий РЭЛ в клетки 7-й строки и 7-го столбца при заданном числе шагов (вектора $X_7(12)$, $Y_7^{-1}(12)$, $X_7(9)$, $Y_7^{-1}(9)$, $X_7(8)$, $Y_7^{-1}(8)$).

Таблица 1 – Варианты моделирования

Вариант А	
1 РЭЛ с координатами шлюза (7; 7); $t=t_{12}$ (шаг 12)	
$X_7(12)$	[48400; 0; 249381; 0; 627408; 0; 853780; 0; 627408; 0; 249381; 0; 48400]
$Y_7^{-1}(12)$	[48400; 0; 249381; 0; 627408; 0; 853780; 0; 627408; 0; 249381; 0; 48400]
Вариант Б	
2 РЭЛ с координатами шлюзов (7; 4), (7; 10); $t=t_9$ (шаг 9)	
$X_7(9)$	[7057; 0; 17253; 0; 17253; 0; 14114; 0; 17253; 0; 17253; 0; 7057]
$Y_7^{-1}(9)$	[168; 0; 2268; 0; 9072; 0; 14114; 0; 9072; 0; 2268; 0; 168]
Вариант В	
3 РЭЛ с координатами шлюзов (7; 3), (9; 9), (5; 10); $t=t_8$ (шаг 8)	
$X_7(8)$	[3136; 0; 5712; 28; 3648; 448; 2745; 1960; 3200; 3164; 1989; 2408; 448]
$Y_7^{-1}(8)$	[0; 616; 98; 1568; 896; 1568; 2745; 560; 3584; 56; 2058; 0; 448]

Результаты моделирования по варианту А без неоднородностей и с неоднородностями типа «зеркало» и «угловое зеркало» даны на Рис.8 и Рис.9. Конфигурация неоднородностей и их местоположение на ОП соответствует Рис.2 и Рис.3 с тем отличием, что $i=j=7$ (координаты центральной клетки ОП).

Результаты моделирования по вариантам Б и В с двумя и тремя РЭЛ даны на Рис.10 и Рис.11.

Вероятностные оценки мобильности роевых элементов получаемые по вариантам А, Б и В нетрудно пересчитать по формуле (2), в которой значения знаменателя $СИ_{\Sigma}$ в соответствии с (1) равны 2^{24} на Рис.8, Рис.9 и 1572864 на Рис.10 и Рис.11.

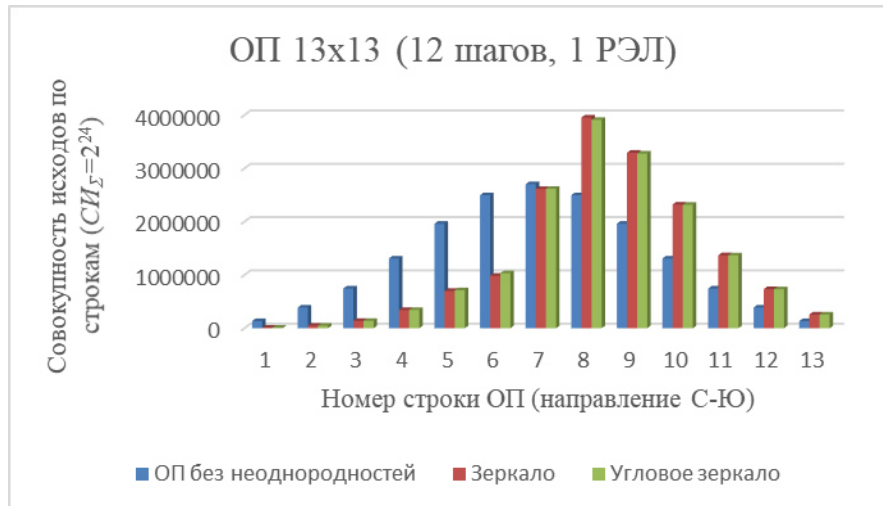


Рис.8 – Совокупности исходов по строкам в варианте А

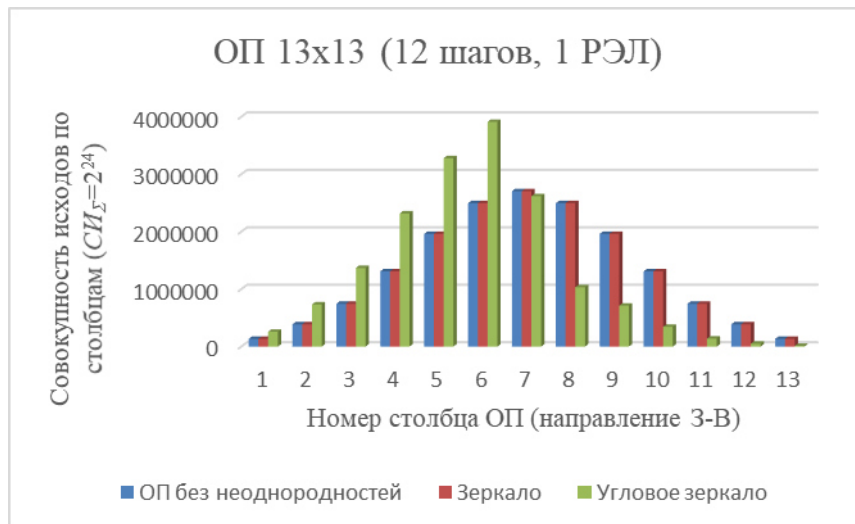


Рис.9 – Совокупности исходов по столбцам в варианте А

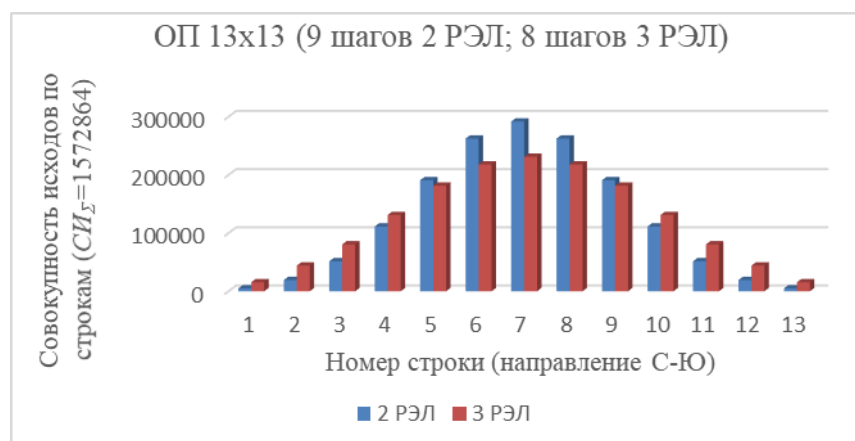


Рис.10 – Совокупности исходов по строкам в вариантах Б, В

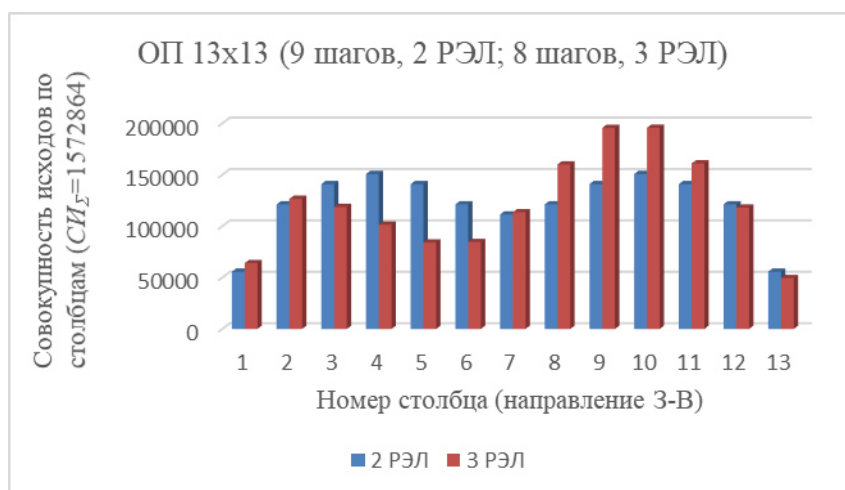


Рис.11 – Совокупности исходов по столбцам в вариантах Б, В

Заключение.

Рассмотрена упрощенная поведенческая модель РЭЛ на дискретной плоскости с неоднородностями типа «зеркало» и «угловое зеркало». Даны соотношения для расчета вероятностных оценок мобильности роевых элементов. Представленные в статье результаты моделирования позволяют сделать вывод о возможности гибкого регулирования распределения совокупностей исходов подбором неоднородностей, координат шлюзов и объема роя на ОП. Эта особенность модели может быть использована для генерации чисел с заданным законом распределения.

Библиографический список

1. Силич М.П. Основы теории систем и системного анализа : учебное пособие / М.П. Силич, В.А. Силич. – Москва : ТУСУР, 2013. – 340 с. – ISBN 978-5-86889-663-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/110400> (дата обращения: 27.01.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Широкий А.А. Применение методов естественных вычислений для управления рисками сложных систем / А.А. Широкий, А.О. Калашников // Проблемы управления. – 2021. – №4. – С. 3-20.
3. Фон Нейман Дж., Теория самовоспроизводящихся автоматов: Пер. с англ. / Дж. фон Нейман. – М.: Мир, 1971. – 385 с.
4. Abelson Н. Amorphous Computing / Н. Abelson, T.F. Knight, G.J. Sussman // Communications of the ACM. – 1996. – Т. 43. – № 5. – С. 1-20.
5. Дрождев Н. Армия роботов-сборщиков выросла до 2000 штук. – URL: <https://hi-tech.mail.ru/news/57751-armiya-iz-2000-robotov-sobiraet-produkty-pitaniya/> (дата обращения: 27.01.2025).

6. Карлусов В.Ю. Моделирование роя частиц в задаче поиска на дискретной плоскости с заданными ограничениями / В.Ю. Карлусов, И.В. Кудрявченко // Инновационная наука. – 2017. – №4, ч.3. – С.74-80.
7. Кудрявченко И.В. Описание двумерного роя частиц как объекта терминального управления / И.В. Кудрявченко // Инновационная наука. – 2016. – №1, ч.2. – С.64-67.
8. Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов: Пер. с англ. / Т. Тоффоли, Н. Марголус. – М.: Мир, 1991. – 280 с.
9. Зайцев В.В. Теория вероятностей для инженеров и физиков : учебное пособие / В.В. Зайцев, О.В. Осипов. – Самара : ПГУТИ, 2022. – 118 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/411569> (дата обращения: 27.01.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
10. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2003. – 479 с.

¹*Карлусов Вадим Юрьевич, канд. техн. наук, доц., доцент, KVYu_2015@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Кудрявченко Иван Владимирович, канд. техн. наук, доц., доцент, IVKudryavchenko@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Karlusov Vadim Yurievich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, KVYu_2015@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Kudryavchenko Ivan Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, IVKudryavchenko @sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ

Филипович О.В.¹

METHODS OF MODELING OF SINGLE-PARAMETER MULTI- ELEMENT SELECTIVE ASSEMBLY PROCESSES

Filipovich O.V.¹

Аннотация. Рассматриваются задачи селективного комплектования прецизионных изделий различного назначения. Для анализа и синтеза сборочных процессов используются математические модели, учитывающие стохастичность параметров и возмущений. Приведены методы, позволяющие решить проблему моделирования процессов однопараметрической селективной сборки двух и более элементов, при нелинейных зависимостях между входными и выходными параметрами собираемых изделий, а также определять количественные и качественные показатели сборочных процессов.

Abstract. The problems of selective assembly of precision products for various purposes are considered. For the analysis and synthesis of assembly processes mathematical models are used, taking into account stochasticity of parameters and perturbations. The methods allowing to solve the problem of modeling processes of one-parameter selective assembly of two and more elements, at nonlinear dependences between input and output parameters of assembled products, and also to determine quantitative and qualitative indicators of assembly processes are given.

Ключевые слова. Однопараметрическая селективная сборка, метод моделирования, математическая модель.

Keywords. Single-parameter selective assembly, modeling method, mathematical model.

Введение.

Ввиду все возрастающих требований к точности селективную сборку относят к классу современных методов, применяемых для комплектования прецизионных изделий машиностроения и приборостроения [1...6], химических и биологических объектов [7,8].

Выходные параметры собираемого изделия, представляемые в виде вектора y , зависят от параметров элементов x_i ($i = \overline{1, m}$), входящих в него:

$$y = g(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (1)$$

при этом они могут являться геометрическими, механическими, электрическими, электромагнитными, оптическими и другими свойствами элемента. Обозначим через y_n номинальное значение выходного параметра, а $x_n = (x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{mn})^T$ – вектор возможных номинальных значений параметров элементов, удовлетворяющих уравнению

$$y_n = g(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{mn}).$$

Вектор (1) определяет функциональные, эксплуатационные и точностные показатели изделия и является моделью вход-выход (Рис.1).

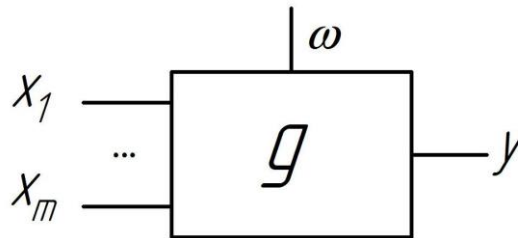


Рис. 1 – Графическое представление модели «вход-выход»

Для достижения собираемости сборочного комплекта (СК) знание значений составляющих (1) является недостаточным. Это обусловлено действием внешних факторов по отношению к СК. К ним относят нестабильность этапов сборочных процессов, влияние применяемого оборудования, внешней среды, ряда субъективных причин и т.д. Таким образом, выводы о собираемости и качестве СК носят вероятностный характер, учитывающий неопределенность результата. При этом считается, что исход процесса помимо известных данных зависит от совокупности случайных факторов ω .

Как правило, выделяют три типа вероятностных моделей, предназначенных для исследования сборочных процессов и прогнозирования их показателей:

- 1) модели учета случайности параметров x ;
- 2) модели учета случайного характера ω ;
- 3) модели учета случайности параметров x и возмущений ω .

Классические задачи селективного комплектования состоят в анализе показателей сборочного процесса простых изделий, образуемых двумя элементами, с линейными моделями «вход-выход». Однако, нередко на практике при сборке прецизионных изделий имеют место случаи многомерных нелинейных зависимостей. Особый интерес представляет применение селективных методов для двух- и многоэлементного

комплектования изделий при различных стратегиях с учетом множества влияющих динамически изменяющихся случайных факторов ω , к которым относятся погрешности измерений. Случайные составляющие погрешностей, возникающих вследствие ограниченной точности применяемых средств измерений, оказывают существенное влияние на процесс сортировки, а в дальнейшем – на качество сборочных комплектов.

Целью данной работы является обобщение разработанных автором методов моделирования однопараметрической многоэлементной селективной сборки, позволяющих оперировать нелинейными функциями «вход-выход» и учитывать влияние ошибок сортировки на показатели сборочных процессов.

Метод моделирования сборочных процессов при зависимостях выходного параметра в виде произведений и частных входных [9,10].

Такие зависимости имеют вид:

$$y(x_1, \dots, x_m) = \frac{\prod_{i_1=1}^{i_1=q} x_{i_1}}{\prod_{i_2=q+1}^{i_2=m} x_{i_2}}. \quad (2)$$

При $\forall x_i \in \square, \forall x_i > 0 \ (i = \overline{1, m})$ функции вида (2) определены в некотором подмножестве действительных положительных чисел и являются строго монотонными. Эти свойства позволяют утверждать, что существует однозначное соответствие между предельными отклонениями

$$E_{sy} = g_1(Esx_i, Eix_i, x_{in}), Eiy = g_2(Esx_i, Eix_i, x_{in}) \quad (3)$$

и допусками

$$Ty = E_{sy} - Eiy = g_3(Esx_i, Eix_i, x_{in}) \quad (4)$$

входных и выходных параметров. В выражениях (3) и (4) E_s и E_i – соответственно верхние и нижние предельные отклонения, определяемые по формулам:

$$E_{sy} = E_{cy} + \frac{Ty}{2}; Eiy = E_{cy} - \frac{Ty}{2}; Esx_i = E_{cx_i} + \frac{T_{x_i}}{2}; Eix_i = E_{cx_i} - \frac{T_{x_i}}{2},$$

где T_y – допуск выходного параметра; T_{x_i} – допуск параметра $x_i, i = \overline{1, m}$; E_c – обозначение координаты середины интервала допуска.

Метод позволяет определить величины групповых допусков $T_{x_i}^{(k_i)}$,

границы $a_i^{(k_i)}$ и количество l_i селективных групп $k_i (k_i = \overline{1, l_i})$ при известных расширенных допусках и уравнениях комплектования, записанных в номерах групп при принятой схеме расположения и нумерации интервалов групповых допусков. Он представляет собой многошаговую процедуру, продолжающуюся до тех пор, пока колебания величин средних групповых допусков не станут по модулю меньше заданной точности вычисления ε . При расчете начальных приближений величин групп используются способы назначения одинаковых допусков либо назначения допусков одинаковой относительной точности.

Метод линеаризации исходных нелинейных зависимостей «вход-выход» [11,12].

Селективная сборка применяется для обеспечения заданной точности выходных параметров прецизионных изделий, т.е. отношение $\frac{T_y}{y_n}$, являющееся относительной точностью выходного параметра α_y , достаточно мало и обычно не превышает 0,05...0,1%. Соответственно, для обеспечения заданной точности необходимо, чтобы отношения $\frac{T x_i^{(k_i)}}{x_{in}} = \alpha_i$ имели порядок, гораздо меньший, чем α_y . С определенной погрешностью исходную функцию (1) можно линеаризовать, представив в виде

$$y = \xi_0 + \xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_m x_m, \quad (5)$$

где $\xi_0, \xi_i \in \square (i = \overline{1, m})$ – постоянные коэффициенты.

Для линеаризации предлагается двухвариантный метод, заключающийся в получении коэффициентов аппроксимирующей зависимости (5) с использованием либо ряда Тейлора, либо многомерного метода наименьших квадратов, с последующим сравнением и выбором одного из двух предложенных вариантов по заданному критерию. Критерием выбора является минимум средней ошибки аппроксимации

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\sum \varepsilon(j)}{N},$$

где N – количество узлов, образованных при наложении прямоугольной сетки на область допустимых значений параметров входных элементов $x_i (i = \overline{1, m})$, идентичной по шагу и границам для обоих вариантов.

Линеаризация позволяет значительно упростить процедуру моделирования сборочных процессов и использовать разработанный для

линейных зависимостей «вход-выход» математический аппарат.

Метод, позволяющий определить вероятности получения сборочных комплектов для случая m -элементной сборки, при любых комбинациях образующих его элементов и способах формирования комплектов с учетом показателей качества селективно собираемых однопараметрических изделий [13,14].

Предлагаемый метод применяется при многовариантной сборке m элементов, известном уравнении комплектования, линейной зависимости «вход-выход» и заключается в следующем:

1. Каждый интервал группового допуска разделяется на n_i равных частей, образуя подгруппы с допусками $Tx_i^{(d_i)} = \frac{Tx_i^{(k_i)}}{n_i}$ и границами $b_i^{(d_i)}$.

2. Определяются вероятности попадания в селективные группы k_i элементов из подгрупп с учетом влияния погрешности измерения:

$$P_i^{(d_i, k_i)} = \int_{b_i^{(d_i)}}^{b_i^{(d_i+1)}} f_{1i}(x_i) \int_{a_i^{(k_i)} - x_i}^{a_i^{(k_i+1)} - x_i} f_{2i}(\delta_i) d\delta_i dx_i,$$

где $f_{1i}(x_i)$ – плотности распределения случайных величин x_i ; $f_{2i}(\delta_i)$ – плотности распределения случайных составляющих погрешностей измерения i -го параметра δ_i ; $d_i = \overline{1, l_i \times n_i}$, $k_i = \overline{2, l_i - 1}$, $i = \overline{1, m}$.

3. Рассчитываются суммарные вероятности попадания в группы k_i из всех имеющихся подгрупп:

$$I_i^{(k_i)} = \sum_{j=1}^{l_i \times n_i} P_i^{(d_j, k_i)}, \quad k_i = \overline{2, l_i - 1}; \quad i = \overline{1, m}.$$

4. Вычисляются вероятности получения годных сборочных комплектов из элементов обоих типов $P_{ГСК}^{(d_1, \dots, d_m)}$, параметры которых принадлежат подгруппам с номерами d_i :

$$P_{ГСК}^{(d_1, \dots, d_m)} = \begin{cases} 1, & y \in [y_{\min}, y_{\max}]; \\ 0, & y \notin [y_{\min}, y_{\max}], \end{cases}$$

где $y = g(x_1, \dots, x_m)$, $x_i \in [b_i^{(d_i)}, b_i^{(d_i+1)}]$, $d_i = \overline{1, l_i \times n_i}$, $i = \overline{1, m}$.

5. Определяются:

– вероятности образования годных сборочных комплектов из

элементов, попавших в группы с номерами k_i :

$$I_{ГСК}^{(k)} = \prod_i \frac{P_i^{(d_i, k_i)}}{I_i^{(k_i)}} P_{ГСК}^{(d)} \min_{i=1, m} \{ I_i^{(k_i)} \lambda_{ik_i}^{(k)} \},$$

где $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ – число i -х элементов k_i -й группы, направляемых для образования СК k -го типа; $d_i = \overline{1, l_i \times n_i}$, $k_i = \overline{2, l_i - 1}$, $i = \overline{1, m}$.

– суммарная вероятность образования годных сборочных комплектов по всем селективным группам:

$$I_{ГСК} = \sum_{k=1}^{k=L} I_{ГСК}^{(k)}.$$

Заключение.

Предложенные автором методы позволяют решить проблему моделирования процессов однопараметрической селективной сборки двух и более элементов при нелинейных зависимостях между входными и выходными параметрами собираемых изделий, а также определять количественные и качественные показатели сборочных процессов.

Библиографический список

1. Буловский П.И. Автоматизация селективной сборки приборов / П.И. Буловский, Г.В. Крылов, В.А. Лопухин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1978. – 232 с.
2. Катковник В.Я. Основы теории селективной сборки / В.Я. Катковник, А.И. Савченко. – Л.: Политехника, 1991. – 303 с.
3. Mansoor E.M. Selective assembly: its analysis and applications / E.M Mansoor // Int. J. Prod. Res., 1961. – 1(1). – PP. 13-24.
4. Kumar M.S. Optimum manufacturing tolerance to selective assembly technique for different assembly specifications by using genetic algorithm / M.S. Kumar, S.M. Kannan // Int. J. Adv. Manuf. Technol., 2007. – 32(5-6). – PP. 591-598.
5. Colledani M. Dynamic implementation of function-oriented selective and adaptive assembly in small-lot production / M. Colledani, O.E. Demir // CIRP An-nals, 2022. – Volume 71, Issue 1. – PP. 393-396. – DOI: 10.1016/j.cirp.2022.04.080.
6. Kannan R. Optimization of characteristic parameters of turbocharger assembly using GA / R. Kannan, V. Selladurai // Manufacturing and industrial engineering, 2011. – Is.1. – PP. 39-43.
7. Siavoshi S. Size-selective template-assisted electro-phoretic assembly of

- nanoparticles for biosensing applications / S. Siavoshi, C. Yilmaz, S. Somu [et al.] // *Langmuir*, 2011, 27. – PP. 7301-7306. – DOI 10.1021/la104975u.
8. Agarwal G. Chip-based size-selective sorting of biological cells using high frequency acoustic excitation / G. Agarwal, C. Livermore // *Lab Chip*, 2011. – 11(13): 2204-11. – DOI: 10.1039/c1lc20050j.
9. Filipovich O. Determination the selective assembly indicators of two elements with an output parameter in the form of a product of input / O. Filipovich, V. Filipovich // *Proceedings - 2023 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2023*. – PP. 1091-1095. – DOI: 10.1109/ICIEAM57311.2023.10139199.
10. Филипович О.В. Модель селективной сборки двух элементов с зависимостью выходного параметра в виде частного входных / О.В. Филипович // *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*, 2024. – Т. 12, № 1(44). – С. 30. – DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.027.
11. Филипович О.В. Двухэлементная селективная сборка с нелинейными моделями «вход-выход» с использованием аппроксимации / О.В. Филипович // *Интеллектуальные системы в производстве*, 2024. – Т. 22, № 2. – С. 80-86. DOI: 10.22213/2410-9304-2024-2-80-86.
12. Филипович О.В. Моделирование селективной сборки двух элементов с линеаризованной зависимостью выходного параметра в виде частного входных / О.В. Филипович // *Автоматизация и измерения в машино-приборостроении*, 2024. – № 2(26). – С. 68-74.
13. Filipovich O. Method for taking into account measurement errors when sorting elements into selective groups / O. Filipovich, G. Nevar, N. Balakina [et al.] // *International Russian Automation Conference (RusAutoCon 2023): Advances in Automation V*, 2024. – PP. 174-182. – DOI: 10.1007/978-3-031-51127-1_17.
14. Филипович О.В. Модель процесса одновариантной однопараметрической селективной сборки двух элементов с учетом погрешностей измерения при их сортировке / О.В. Филипович // *Автоматизация и измерения в машино-приборостроении*. – 2023. – №3(23). – С. 93-101. – EDN TLIXMR.

¹*Филипович Олег Викторович, канд. техн. наук, доц., доцент, ophis1@yandex.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Filipovich Oleg Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, ophis1@yandex.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

МОДЕЛЬ ЭХОЛОТА И ГИДРОЛОКАТОРА БОКОВОГО ОБЗОРА В СОСТАВЕ ИМИТАЦИОННОГО ТРЕНАЖЕРНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ПРИБРЕЖНЫХ МОРСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Никишин В.В.¹, Багаев А.В.²

A MODEL OF ECHO SOUNDER AND SIDE-SCAN SONAR AS A PART OF A MARITIME SIMULATION FOR COASTAL MARINE RESEARCH

Nikishin V.V.¹, Bagaev A.V.²

Аннотация. Приведены результаты разработки интерактивной математической модели эхолота и гидролокатора бокового обзора (ГБО), входящей в состав имитационного тренажерного комплекса на основе ПО Unigine. Комплекс предназначен для подготовки специалистов, участвующих в экспедиционных работах в прибрежных районах моря. Работа модели основана на расчете длин векторов между приемно-излучающим устройством эхолота и отражающей поверхностью. Приведены результаты испытаний комплекса с эхолотом и ГБО, установленным на маломерном судне при перемещении в «цифровом двойнике» акватории Лименской бухты.

Abstract. The article presents the results of development of an interactive mathematical model of echo sounder and side scan sonar (SSS) as part of the maritime training complex based on Unigine software. The complex is designed for training of specialists involved in expeditionary work in coastal areas. The model is based on the calculation of vector lengths between the receiving and emitting device of the echo sounder and the reflecting surface. The results of tests with echo sounder installed on a small vessel while moving in the “digital twin” of the Limenskaya Bay are given.

Ключевые слова. Математическое моделирование, эхолот, гидролокатор бокового обзора, беспилотный надводный аппарат, геоинформационная система.

Keywords. Mathematical model, echo sounder, side-scan sonar, unmanned surface vehicle, geographic information system.

Введение.

Одной из актуальных научных задач в океанологии является мониторинг и оценка динамики изменения геоморфологии прибрежной

зоны, где сконцентрированы очень высокоэнергетичные зоны океана. Кроме того, важными задачами прибрежных экспедиций являются поиск и идентификация подводных антропогенных объектов. Для этого производятся регулярные промерные работы с помощью эхолотов и георадаров, сопряженных с ГНСС-приемниками [1,2].

В свою очередь, даже однолучевой эхолот является относительно сложным устройством в настройке и применении, что обусловило необходимость предварительной теоретической и практической подготовка сотрудников, участвующих в экспедиционных работах. Сложность подготовки персонала заключается в том, что получить полноценные эхограммы можно только в натурных условиях, поэтому приходится выделять отдельные ресурсы на организацию учебной экспедиции. В качестве компромисса, часто производится совмещение плановых промерных работ с одновременным обучением сотрудников, что недостаточно эффективно и отвлекает от основной цели исследований.

В настоящей работе показаны результаты разработки учебного инструмента для изучения особенностей работы эхолота в формате виртуального симулятора прибрежной экспедиции на маломерном судне.

Целью работы является разработка образовательного инструмента для повышения методических навыков работы при работе с эхолотами и гидролокаторами бокового обзора (ГБО).

Выбор среды моделирования.

При разработке настоящего образовательного инструмента основным критерием было предоставление максимальной интерактивности, под которой подразумевается возможность обучающемуся самостоятельно управлять курсом и скоростью маломерного судна, получать эхограммы под разными азимутами при прохождении судна над объектом на дне. Таким образом, цель непосредственной разработки заключается в создании модели простого маломерного судна одновременно с полноценной моделью эхолота и ГБО, способных работать внутри «цифрового двойника» реальной акватории.

Наиболее подходящими и доступными средами для разработок симуляторов являются так называемые игровые «движки» – комплексы программного обеспечения (ПО), включающего в себя инструменты для задания логики поведения объектов, физики их взаимодействия и визуального отображения окружения в 3D пространстве. Среди такого ПО наиболее известны и популярны Unreal Engine [3], Unity [4], CryEngine [5] и другие. Для разработки промышленных симуляторов технической направленности используется специализированное ПО, которое отсутствует в открытом доступе, либо стоимость лицензии для работы в нём недоступна для научных организаций. Тем не менее, некоторые

разработчики профессиональных инструментов создания симуляторов выпускают ограниченные по функционалу версии. В настоящем варианте был сделан выбор на среде UNIGINE версии «Community» российской разработки [6]. Особенностью UNIGINE является хорошая производительность при создании ландшафтов больших размеров – сотни квадратных километров и возможность работы на компьютерах со средними характеристиками процессора и видеокарты [7]. Опыт применения UNIGINE для создания симуляторов приведен в [8...10]. Большим преимуществом при создании образовательных инструментов и тренажеров является то, что поддержание границ виртуального домена, расчёт физических взаимодействий и визуализацию берет на себя среда UNIGINE. Проектировщик при этом может сконцентрироваться на воссоздании необходимых объектов, задании нужных граничных условий, а также логики взаимодействия с пользователем.

Модель эхолота.

Принцип работы эхолота основан на эхо-методе – излучатель эхолота формирует ультразвуковой импульс, посылаемый в направлении дна, который при отражении возвращается к приемнику эхолота, параллельно с этим измеряется время, которое потребовалось звуку пройти путь до дна и обратно. Таким образом, при известной скорости звука в воде вычисляется глубина.

В созданном симуляторе измерение глубины реализовано иначе, но результат тот же – глубина в месте измерения. Функционал UNIGINE позволяет в 3D пространстве реализовать алгоритм с вычислением параметров векторов и их пересечением с объектами в пространстве. Сначала создается источник и направление луча, имитирующего звуковой импульс эхолота. Фрагмент описанного алгоритма в виде кода из созданного симулятора представлен ниже:

```
dvec3 p0 = node.WorldPosition;  
dvec3 dir = node.GetWorldDirection(MathLib.AXIS.NZ);  
dvec3 p1 = p0 + dir*MaxDepth;  
Depth = (float)(p0-intersection.Point).Length;
```

где p_0 – координата источника вектора в мировой системе координат виртуального 3D пространства; p_1 – координата конца вектора в мировой системе координат виртуального 3D пространства; dir – вектор, направленный вниз, вдоль вертикальной оси Z; $Depth$ – глубина.

На Рис.1 линией показан вектор сканирования эхолота, который пересекается со слипом; для наглядности отображение воды на рисунке отключено.

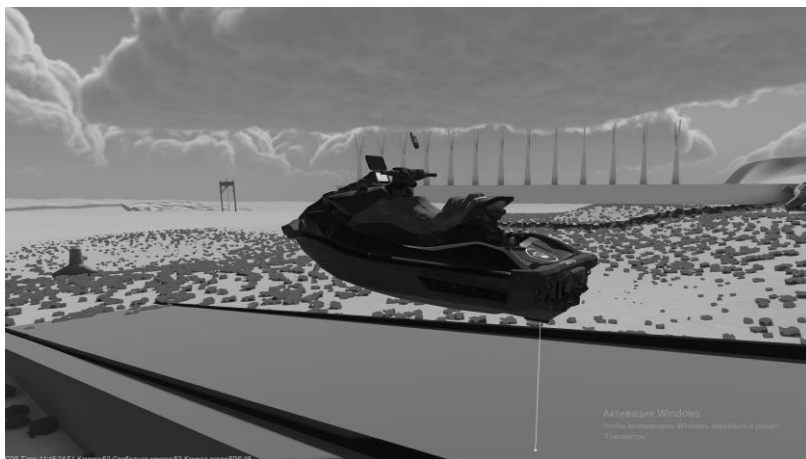


Рис.1 – Луч эхолота в симуляторе

В случае, если созданный вектор пересекает любой объект (плоскость) в 3D пространстве, то можно получить координату точки пересечения, тогда глубина вычисляется как разность координат источника и точки пересечения.

Для отображения глубины, также как и в реальном эхолоте, используется двумерный график, где по оси абсцисс отсчитывается время, а по оси ординат – глубина в метрах.

На Рис.2 представлена эхограмма, полученная при прохождении над моделью затонувшего судна.

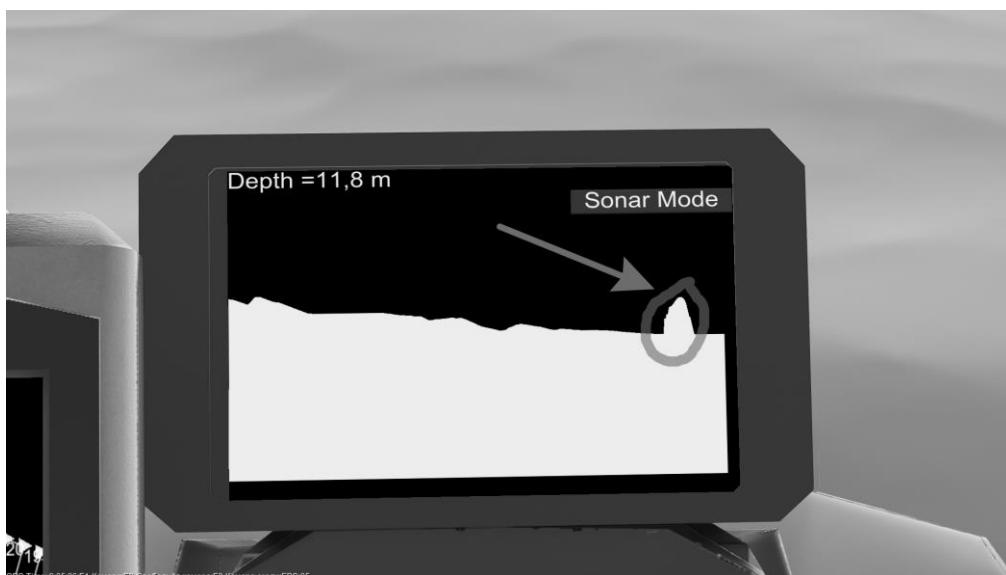


Рис.2 – Эхограмма однолучевого эхолота затонувшего судна в симуляторе

Модель гидролокатора бокового обзора.

ГБО решает задачу отображения объектов на дне и в толще воды в максимальном соответствии с тем, как наблюдатель смотрел бы на объект своими глазами. Принцип его работы похож на работу эхолота, но отличается тем, что количество лучей сканирования значительно больше.

Также есть существенные отличия в принципе отображения, что при первом знакомстве может вызывать сложности интерпретации получаемого изображения. В данном случае, симулятор ГБО позволяет интерактивно получать разные изображения одного и того же объекта на дне за счет того, что в симуляторе можно пройти над объектом с разных азимутов.

На Рис.3 показан принцип работы ГБО и отображение эхограммы на примере правого борта.

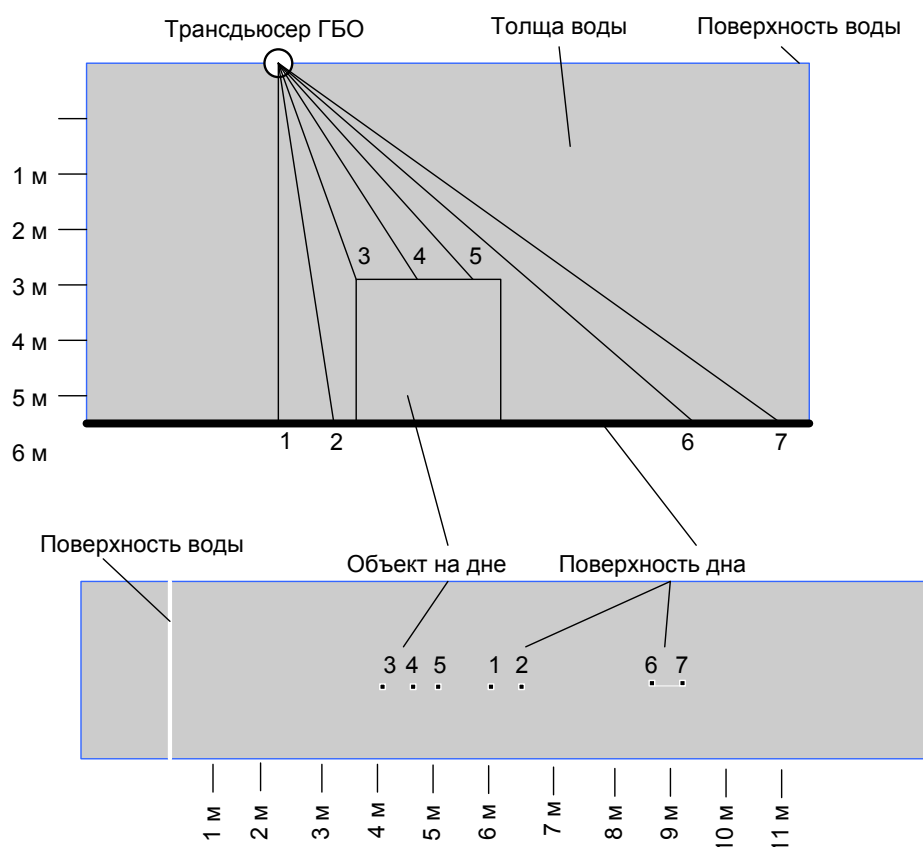


Рис.3 – Принцип отображения эхограммы правого борта ГБО

Цифрами обозначены номера лучей, формируемые отражением ультразвукового импульса от дна, объектов на дне и в толще воды. Как видно из схемы, основой создания изображения ГБО является длина каждого луча. Из-за того, что лучи отражаются от объектов в толще воды, то длина луча становится меньше и на эхограмме он отображается раньше, чем, если бы объекта не было, поэтому на рисунке между лучами 5-1 и 2-6 образуется пустота, которая является тенью от объекта. В случае движения эхолота, текущая эхограмма смещается вниз, формируя изображение объектов и поверхности дна также как и в настоящем ГБО [11].

На Рис.4 показаны смоделированные в симуляторе лучи ГБО,

пересекающие остов затонувшего судна при прохождении слева от затонувшего судна.

На Рис.5 показан экран моделируемого ГБО и изображение, полученное при прохождении эхолота непосредственно над затонувшим судном.

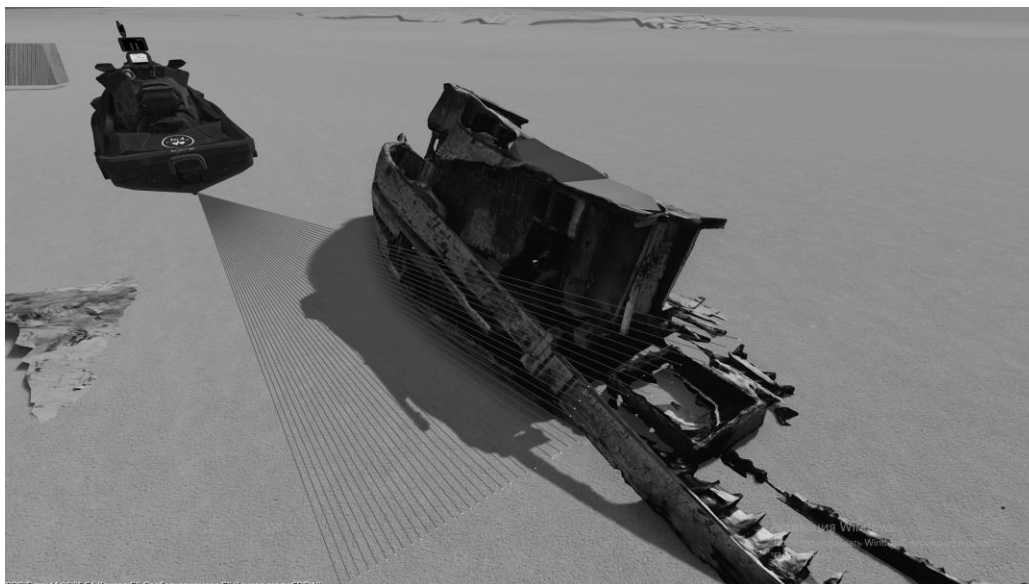


Рис.4 – Лучи ГБО в симуляции

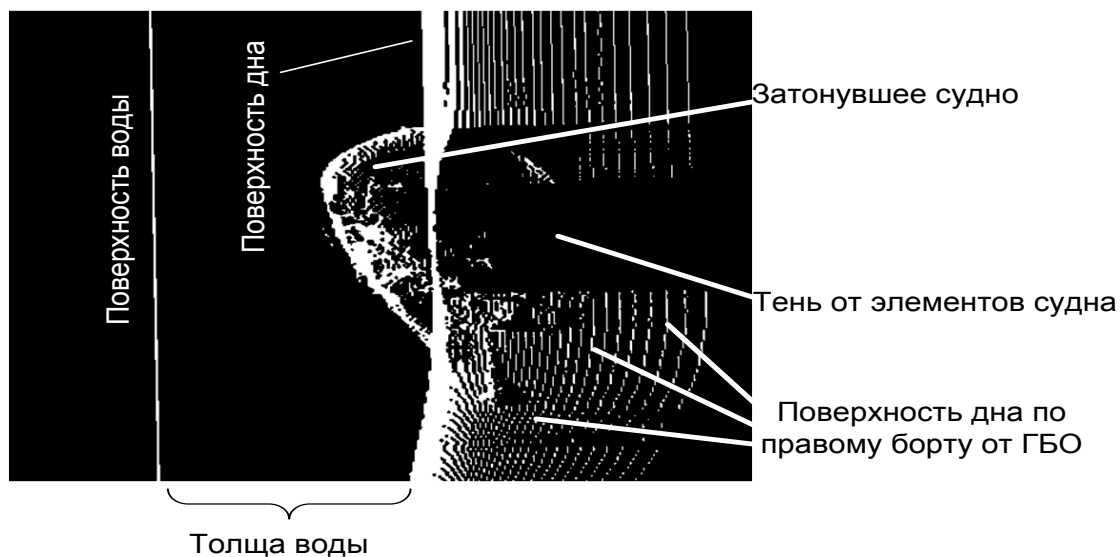


Рис.5 – Синтезированное изображение затонувшего судна по эхограммам ГБО, полученное в симуляции

Цифровой двойник прибрежного района работ.

Отличительной особенностью использованных нами симуляторов является возможность воссоздавать в 3D пространстве акваторию и прибрежную зону на основе реальных данных. Такой подход позволяет

добиться максимального погружения обучающегося в процесс работы в симуляции. В настоящей разработке смоделирован Лименский (Голубой) залив в районе пгт. Кацивели на Южном берегу Крыма – Рис.6

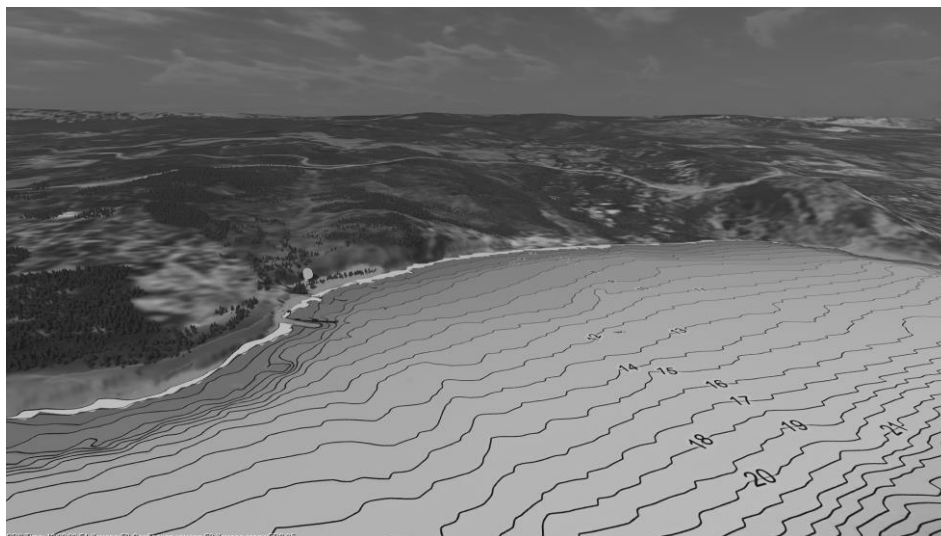


Рис.6 – Лименский (Голубой) залив в районе пгт. Кацивели в симуляторе

В этом районе расположен Черноморский гидрофизический подспутниковый полигон МГИ [12]. В симуляции распределение глубин воссоздано на основе батиметрических съемок, проведенными авторами и другими сотрудниками МГИ [1], а ландшафт создан на основе цифровых моделей карт высот из открытых источников.

Обучение в разработанном симуляторе позволяет решать несколько задач:

1. Подготовка маршрутного задания.

Для этого обучающийся в ГИС создает маршрутные точки, формирующие промерные галсы и может загрузить их в симулятор для проверки правильности и коррекции, при необходимости.

2. Обследование района и поиск антропогенных объектов в акватории.

Обучающийся получает примерные координаты, в которых расположен объект на дне, и который необходимо найти и идентифицировать. Для этого обучающийся в симуляторе, управляя маломерным судном выходит в координаты и с помощью эхолота и ГБО начинает поиск.

3. Обработка результатов.

По окончании промерных работ в симуляторе, обучающийся получает файл данных, который содержит географические координаты и измеренные эхолотом глубины. Задача состоит в визуализации и построении карты глубин. Этот этап наиболее близок к реальности, так как информация, полученная из симулятора по формату файла, максимально

соответствует реальному эхолоту из реальной экспедиции.

Заключение.

Разработанная интерактивная модель эхолота и ГБО в составе имитационного тренажерного комплекса для прибрежных морских исследований позволяет осуществлять комплексную теоретическую и практическую подготовку специалистов для экспедиций:

1. изучать принципы работы эхолота и гидролокатора бокового обзора в соответствии с методическими указаниями;
2. создавать реалистичные изображения эхограмм;
3. исследовать объекты на дне под разными азимутами;
4. экспортировать данные о глубинах для дальнейшего анализа и визуализации в специализированных геоинформационных системах.

Перспективы.

Дальнейшим развитием симулятора является расширение номенклатуры измеряемых параметров водной среды в поверхностном слое и в толще воды [7]: электропроводность, прозрачность, температура, концентрация растворенного кислорода, построение вертикальных профилей изменения параметров моделями погружных приборов. Дополнительным элементом вовлечения обучающегося в процесс изучения особенностей экспедиции является применение VR-технологий, которые среда UNIGINE поддерживает на программном и аппаратном уровне.

Благодарности.

Авторы благодарят сотрудников МГИ РАН Л.В. Вержевскую и С.В. Щербаченко за помощь в тестировании работы симулятора.

Работа Багаева А.В. выполнена в рамках темы госзадания №FNNN-2024-0016 «Прибрежные исследования».

Библиографический список

1. Удовик В.Ф. Формирование массивов глубин для расчета деформаций рельефа дна в береговой зоне Лименской бухты (Крым, Кацивели) / В.Ф. Удовик, В.В. Никишин, А.В. Багаев // Моря России: современные методы исследований и их практические применения : Тезисы докладов VIII Всероссийской научной конференции, Севастополь, 23–27 сентября 2024 года. – Севастополь: Федеральный исследовательский центр "Морской гидрофизический институт" РАН, 2024. – С. 330-332. – Текст: электронный
2. Багаев А.В. Локальные изменения физико-биологических параметров поверхностных вод Севастопольской бухты под влиянием ливневого стока / А.В. Багаев, В.В. Никишин, Т.В. Рауэн [и др.] // Морской гидрофизический журнал. – 2022. – Т. 38, № 2(224). – С. 165-184. – DOI 10.22449/0233-7584-2022-2-165-184. – EDN DTNJVC. – Текст:

электронный

3. Unrealengine.com: сайт инструмента разработки игр Unreal: сайт. – URL: <https://www.unrealengine.com> (дата обращения 18.02.2025). – Режим доступа: свободный.
4. Unity.com: сайт инструмента разработки игр Unity: сайт. –URL: <https://www.unity.com> (дата обращения 18.02.2025). – Режим доступа: свободный.
5. Cryengine.com: сайт инструмента разработки игр CryEngine: сайт. – URL: <https://www.cryengine.com> (дата обращения 18.02.2025). – Режим доступа: свободный.
6. Unigine.com: сайт симуляционной среды Unigine Community: сайт. – URL: <https://www.unigine.com> (дата обращения 18.02.2025). – Режим доступа: свободный.
7. Unigine.com: справочная система симуляционной среды Unigine Community: сайт. – URL: <https://developer.unigine.com/ru/docs/latest/start/requirements> (дата обращения 18.02.2025). – Режим доступа: свободный.
8. Киколиашвили Д.З. Создание интерактивного тренажёра в виртуальной реальности управления электропоездом "Иволга" с использованием графической платформы Unigine / Д.З. Киколиашвили // СНК-2024 : материалы LXXIV международной студенческой научной конференции Московского Политеха, Москва, 1-26 апреля 2024 года. – Москва: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский политехнический университет», 2024. – С. 449-450. – EDN KMJLVN. – Текст: электронный
9. Никишин В.В. Моделирование алгоритмов управления автоматизированного модульного надводного аппарата в симуляционной среде Unigine / В.В. Никишин, А.В. Багаев // Моря России: современные методы исследований и их практические применения : Тезисы докладов VIII Всероссийской научной конференции, Севастополь, 23–27 сентября 2024 года. – Севастополь: Федеральный исследовательский центр "Морской гидрофизический институт" РАН, 2024. – С. 300-302. – EDN QCBJNF. – Текст: электронный
10. Овчинников И.А. Российский 3D-движок UNIGINE. Применение, особенности, место в промышленности и игровой индустрии, перспективы развития / И.А. Овчинников, А.Е. Посягин // Цифровая трансформация общества и информационная безопасность: материалы III Всероссийской научно-практической конференции, Екатеринбург, 17 мая 2024 года. – Екатеринбург: Уральский государственный

экономический университет, 2024. – С. 74-78. – EDN FHVXNI. – Текст: электронный

11. Токарев Д.А, Построение карты по данным с гидролокатора бокового обзора морского роботизированного комплекса / Д.А. Токарев, А.В. Кудряшов, Д.М. Васильев, Г.О. Тихонов // Автоматизация и измерения в машино-приборостроении. – 2024. – №2. – С.73-82. – Текст: электронный

12. mhi-ras.ru: официальный сайт Морского гидрофизического института: сайт. – URL: <http://mhi-ras.ru/index.html> (дата обращения 18.02.2025). – Режим доступа: свободный.

¹*Никишин Владимир Владимирович, канд. техн. наук, доцент, nikishin_v@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Багаев Андрей Владимирович, канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник, a.bagaev1984@gmail.com, Россия, Севастополь, ФГБУН ФИЦ «Морской гидрофизический институт РАН»*

Nikishin Vladimir Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, nikishin_v@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Bagaev Andrey Vladimirovich, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Leading Researcher, a.bagaev1984@gmail.com, Russia, Sevastopol, Federal State Budget Scientific Institution Federal Research Center «Marine Hydrophysical Institute of RAS»

РАЗРАБОТКА ГИБРИДНОЙ CNN-GAN СИСТЕМЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ РЕДКИХ ОНКОЛОГИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ НА ОСНОВЕ ОГРАНИЧЕННЫХ НАБОРОВ КТ/МРТ-СНИМКОВ

Абибулаев Э.А.¹, Крамарь В.А.²

DEVELOPMENT OF A HYBRID CNN-GAN SYSTEM FOR DIAGNOSTICS OF RARE ONCOLOGICAL DISEASES BASED ON LIMITED SETS OF CT/MRI IMAGES

Abibulaev E.A.¹, Kramar V.A.²

Аннотация. В статье отражена разработка методики диагностики редких онкологических заболеваний с использованием гибридной системы, сочетающей сверточные нейронные сети (Convolutional Neural Networks, CNN) и генеративно-состязательные сети (Generative Adversarial Networks, GAN). Цель работы – предложить эффективную методику автоматизированного анализа и классификации КТ/МРТ-снимков при ограниченном количестве исходных данных, что характерно для редких онкологических патологий. В статье представлены этапы разработки системы, методология исследования, выбранные оптимизационные функции для GAN и CNN, а также результаты генерации и классификации. Показана эффективность предложенной методики на примере задачи классификации редкого вида злокачественных опухолей надпочечников.

Abstract. The article discusses the development of a method for diagnosing rare oncological diseases using a hybrid system combining convolutional neural networks (CNN) and generative adversarial networks (GAN). The purpose of the work is to propose an effective method for automated analysis and classification of CT/MRI images with a limited amount of initial data, which is typical for rare oncological pathologies. The article presents the stages of system development, research methodology, selected optimization functions for GAN and CNN, as well as the results of generation and classification. The effectiveness of the proposed method is shown using the example of the problem of classifying a rare type of malignant adrenal tumors.

Ключевые слова. Сверточные нейронные сети, генеративно-состязательные сети, классификация, оптимизация.

Keywords. Convolutional neural networks, generative adversarial networks, classification, optimization.

Введение.

Современные методы визуализации, такие как компьютерная томография (КТ) и магнитно-резонансная томография (МРТ), играют важную роль в диагностике онкологических заболеваний. Однако в случае редких онкологических патологий специалистам часто приходится сталкиваться с ограниченным набором данных, что затрудняет обучение высокоточных моделей Deep Learning. Классические алгоритмы машинного обучения и небольшие архитектуры глубоких нейронных сетей не всегда обеспечивают требуемый уровень качества диагностики, в особенности при высоком классовом дисбалансе. В последние годы активно развивается подход, основанный на генеративно-состязательных сетях (GAN), позволяющий расширять доступные наборы данных (data augmentation) и решать проблемы недостатка размеченных изображений. Совмещение генеративных возможностей GAN с мощными средствами классификации сверточных нейронных сетей (CNN) помогает улучшить качество предсказаний и повысить устойчивость моделей к шумам и неоднозначностям данных.

Цель данной работы – создать гибридную CNN-GAN систему, которая могла бы эффективно классифицировать редкие онкологические заболевания по КТ/МРТ-снимкам в условиях нехватки данных.

Анализ современных подходов.

Сверточные нейронные сети широко применяются в задачах компьютерного зрения. Их архитектура основана на идее локальных рецептивных полей и сверточных фильтров, обучаемых выделять информативные признаки. CNN доказали свою эффективность для распознавания объектов, детектирования и сегментации изображений. Для медицинских задач CNN стали практически стандартным методом, позволяя достигать высокого качества диагностики на различных наборах данных (напр., ResNet, EfficientNet, DenseNet и т. д.). Метод генеративно-состязательных сетей (GAN) был предложен И. Гудфеллоу [1]. Он состоит из двух соревнующихся между собой моделей: генератор, целью которого является выработка «реалистичных» изображений; дискриминатор, который пытается отличить реальные изображения от сгенерированных. GAN открывают возможности искусственного дополнения данных (data augmentation), что особенно ценно в медицине при недостаточном объеме исходных снимков. Различные модификации GAN применяются для улучшения разрешающей способности (SRGAN), стилизации и устранения артефактов (CycleGAN), а также для условной генерации медицинских изображений, учитывающих конкретный класс патологии (Conditional GAN) [2].

Гибридные CNN-GAN модели в медицине.

Интеграция CNN и GAN может происходить на различных уровнях: Data augmentation с помощью GAN. Генератор создает дополнительные снимки редкой патологии, которые увеличивают обучающую выборку для CNN; Адаптация характеристик признаков: GAN могут улучшать качество feature map в CNN, превращая синтетические данные в форму, более подходящую для классификатора; End-to-End обучение: в ряде исследований предложены архитектуры, где генеративный блок и блок классификации обучаются совместно для оптимального выделения признаков [3...6].

Для редких онкологических заболеваний такой подход особенно актуален, так как позволяет восполнить дефицит данных и повысить точность алгоритмической диагностики.

Методология исследования.

Разработанная система включает в себя следующие основные этапы:

1. Сбор и предобработка данных, состоящая из: сбора КТ/МРТ-снимков пациентов с редкими онкологическими заболеваниями; анонимизации и стандартизации данных (приведение к единому формату, разрешению); фильтрации шумов и нормализации интенсивности пикселей; разметки области интереса (ROI) для указания границ опухоли (при наличии соответствующей разметки).

2. Формирование обучающей и валидационной выборок состоящая из: разделения исходных данных на обучающую, валидационную и тестовую выборки (примерное соотношение 70%/15%/15%); использования методов классического аугментирования (отражение, вращение, масштабирование), где возможно.

3. Построение GAN-модуля для генерации дополнительных образцов состоящее из: выбора архитектуры DCGAN, оптимальной для медицинских изображений; обучения генератора на реальных снимках, сгруппированных по типу патологии (тип G); генерация дополнительных 100 синтетических изображений для класса с опухолью, что позволило увеличить обучающую выборку до 200 изображений для данного класса.

4. Разработка и обучение CNN-классификатора состоящая из: использования архитектуры ResNet-18, инициализированной весами, предобученными на ImageNet; объединения реальных и синтетических данных для обучения классификатора, при этом количество изображений без опухоли остается неизменным (100 снимков); гибкой настройки гиперпараметров (обучение проводилось в течение 50 эпох, размер батча – 16, скорость обучения – 0.001).

5. Интеграция GAN и CNN в единую систему: итеративный процесс: генератор обновлялся на основе результатов классификации, что

позволяло постепенно улучшать качество синтетических данных; использование стратегии semi-supervised обучения, когда часть данных использовалась без явной разметки, а для них генерировались псевдометки.

6. Оценка качества. Были использованы метрики: Accuracy, Precision, Recall, F1-score, AUC. На тестовой выборке были получены следующие результаты для гибридного подхода: Accuracy: 92.3%, Precision (по классу тип G): 90.1%, Recall (по классу тип G): 93.4%, F1-score: 91.7%. При использовании только классической аугментации (без GAN) показатели составляли: Accuracy: 85.6%, Precision: 82.0%, Recall: 80.5%, F1-score: 81.2%.

Решение задачи классификации редкого вида злокачественных опухолей надпочечников.

Для демонстрации эффективности предложенной методики рассматривается задача классификации редкого вида злокачественных опухолей надпочечников (условно – «тип G»). В ходе эксперимента в качестве исходных данных были использованы 200 снимков. 100 снимков - Множество «Редкая опухоль G», 100 снимков - множество «Без опухоли G».

В качестве первичной подготовки классическая аугментация (отражение, вращение, сдвиг) была применена к снимкам с опухолью тип G, что позволило получить 100 дополнительных изображений. Далее было выполнено разделение на обучающую/валидационную/тестовую выборку в пропорции: 70%/15%/15% [7...10].

Следующим этапом было проведено обучение GAN. Использовалась модификация DCGAN с дополнительными сверточными слоями и батч-нормализацией (Batch Normalization). Обучение проводилось в течение 50 эпох. После 50 эпох генератор смог создавать реалистичные изображения опухоли «Тип G», что расширило обучающую выборку до 200 изображений для данного класса.

Оптимизационная задача GAN описывается формулой

$$\min_D \max_G V(D, G) = \mathbb{E}_{x \sim p_{data}(x)} [\log D(x)] + \mathbb{E}_{z \sim p_z(z)} [\log (1 - D(G(z)))], \quad (1)$$

где $D(x)$ – вероятность, которую дискриминатор присваивает изображению x как реальному; $p_{data}(x)$ – распределение реальных данных (КТ-снимков); z – случайный вектор шума, взятый из распределения $p_z(z)$ (равномерного); $G(z)$ – сгенерированное изображение, полученное на входе у генератора G .

Формула (1) описывает состязательную игру между генератором G и дискриминатором D . Дискриминатор стремится максимизировать значение $V(D, G)$, правильно определяя, какие изображения являются

реальными ($\log D(x)$) и какие – сгенерированными ($\log(1 - D(G(z)))$). Генератор, наоборот, минимизирует эту функцию, пытаясь создавать такие изображения $G(z)$, чтобы дискриминатор ошибался и относил их к реальным.

Далее выполняется объединенное обучение CNN. В рамках обучения для классификации использовалась архитектура ResNet-18. В обучающую выборку вошли 200 изображений для класса тип G (100 реальных + 100 синтетических) и 100 изображений без опухоли. В качестве функции потерь использовался кросс-энтропийный лосс для бинарной классификации)

$$L_{CE} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_i \log(\hat{y}_i) + (1 - y_i) \log(1 - \hat{y}_i)], \quad (2)$$

где N – количество образцов в обучающем наборе; y_i - истинная метка i -го образца (значение 1, если снимок содержит опухоль, и 0, если нет); $\hat{y}_i$ - предсказанная моделью вероятность того, что i -й образец принадлежит к положительному классу (опухоль тип G).

Формула (2) измеряет среднюю ошибку предсказаний модели для задачи бинарной классификации. Если истинная метка $y_i = 1$, то слагаемое $y_i \log(\hat{y}_i)$ минимизируется, когда $\hat{y}_i$ близок к 1. Если $y_i = 0$, то слагаемое $(1 - y_i) \log(1 - \hat{y}_i)$ минимизируется, когда $\hat{y}_i$ близко к 0. Минимизация L_{CE} приводит к тому, что предсказанные вероятности $\hat{y}_i$ максимально соответствуют истинным меткам y_i .

После 50 эпох обучения на расширенной выборке модель достигла следующих показателей на тестовой выборке: Accuracy: 92.3%; Precision: 90.1%; Recall: 93.4%; F1-score: 91.7%. По сравнению с базовой моделью, обученной только с классической аугментацией (Accuracy: 85.6%, Recall: 80.5%), гибридный подход продемонстрировал значительное улучшение.

Анализ результатов.

Эксперимент показал, что дополнение обучающей выборки синтетическими данными, сгенерированными GAN, существенно повышает качество классификации редкой патологии. Особенно заметно возрос показатель Recall, что критично для медицинской диагностики – повышение чувствительности позволяет снизить риск пропуска больных пациентов. Улучшение Accuracy и F1-score подтверждает устойчивость модели к шуму и вариациям в данных. На Рис.1,2,3,4 приведены графические результаты обучения рассмотренной в статье модели.

На Рис.1 показана динамика функции потерь генератора (Generator Loss) и дискриминатора (Discriminator Loss) в процессе обучения модифицированной DCGAN.

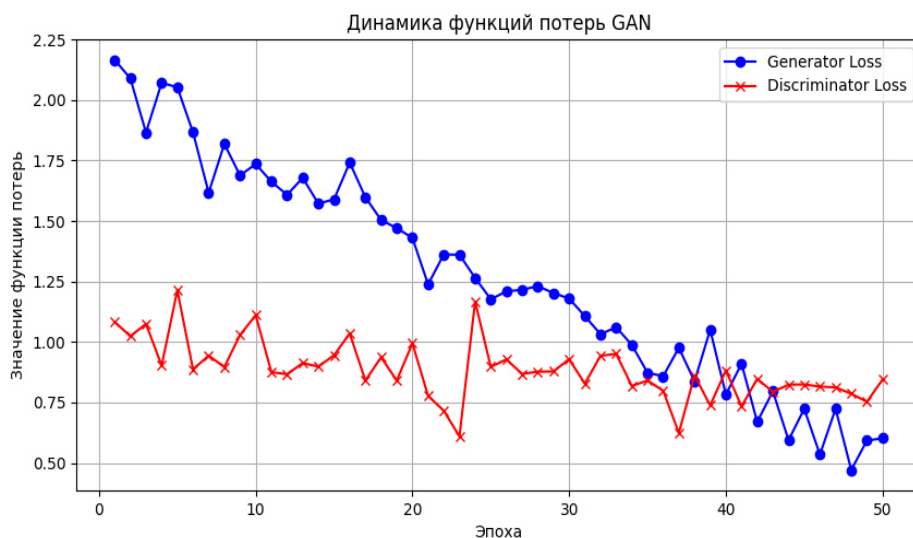


Рис.1 – График функций потерь (Loss) GAN

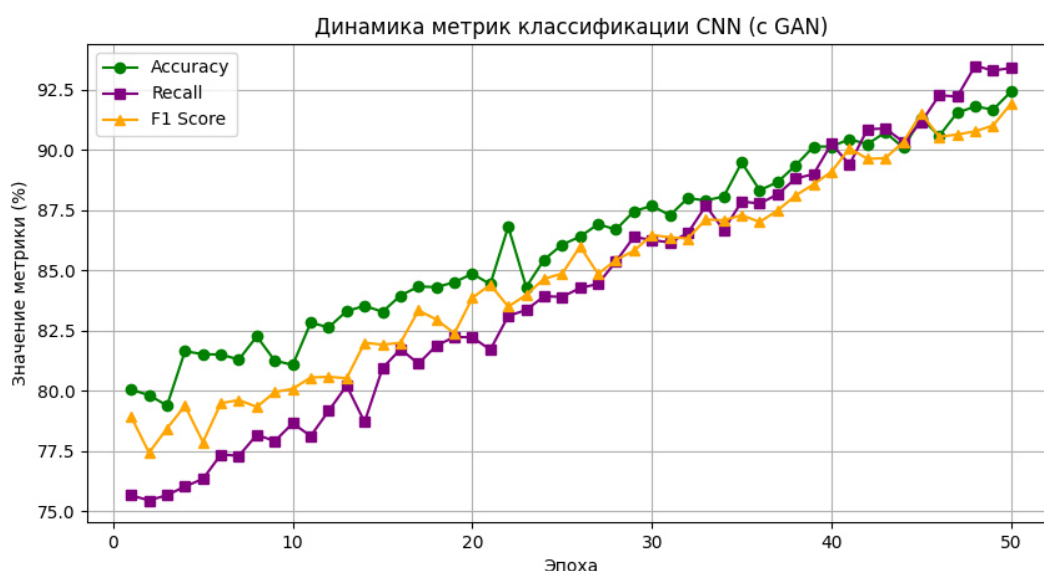


Рис.2 – График динамики метрик классификации CNN (с GAN)

По оси X отложены номера эпох (от 1 до 50), по оси Y — значение функции потерь. Видно, что в начале обучения у генератора высокая величина Loss, которая постепенно снижается к концу обучения. Одновременно дискриминатор «учится» различать реальные и синтетические изображения, о чём свидетельствует характерные колебания и последующая стабилизация Discriminator Loss. Такое поведение указывает на сходимость GAN и способность генератора генерировать реалистичные снимки опухолей тип G.

На Рис.2 представлена динамика ключевых метрик классификатора (Accuracy, Recall, F1-score) при обучении ResNet-18 на расширенной выборке (включая синтетические данные, полученные от GAN). По оси X отложены эпохи обучения (до 50), по оси Y — значение метрики в процентах. График показывает, как от эпохи к эпохе увеличиваются

Accuracy, Recall и F1-score, достигая итоговых значений около 90–93 %. Данный рост подтверждает, что добавление синтетических изображений помогает модели эффективнее распознавать редкую патологию.

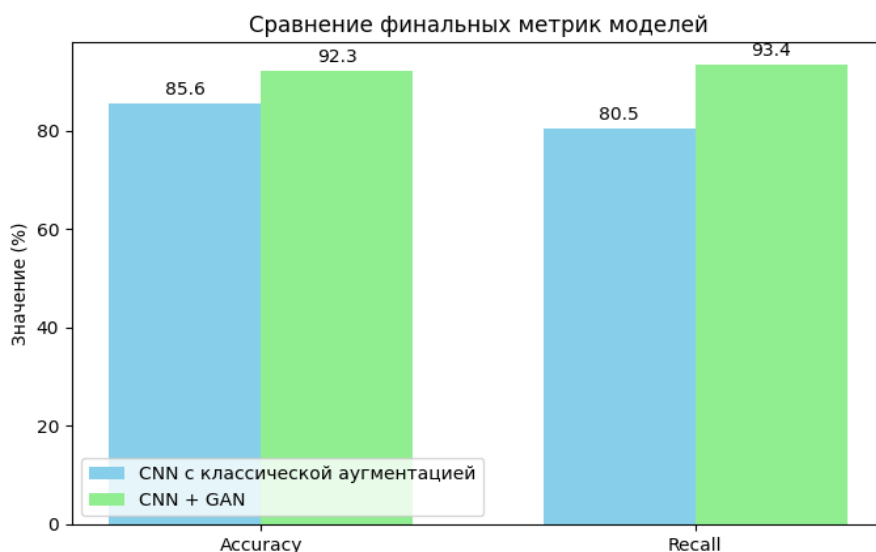


Рис.3 – Сравнение финальных метрик «CNN с классической аугментацией» и «CNN + GAN»

Столбчатая диаграмма иллюстрирует итоговые значения Accuracy и Recall для двух подходов: (1) базовой модели, где использовалась только классическая аугментация (отражение, вращение, сдвиг), и (2) гибридной модели, дополненной синтетическими данными, сгенерированными GAN. По оси X отложены две метрики (Accuracy, Recall), по оси Y — их значения в процентах. Видно, что гибридный подход даёт заметное улучшение показателей (до 92.3 % по Accuracy и 93.4 % по Recall), что особенно важно для задач медицинской диагностики, где критичен высокий уровень чувствительности (Recall).

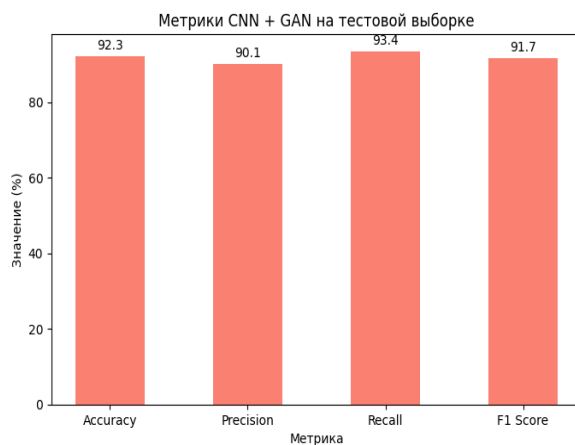


Рис.4. – Столбчатая диаграмма итоговых метрик CNN + GAN

На Рис.4 представлены финальные результаты классификации гибридной системы CNN + GAN по четырём метрикам: Accuracy, Precision, Recall и F1-score. По оси X отложены названия метрик, по оси Y — их итоговые значения в процентах на тестовой выборке. Значения колеблются в диапазоне 90-93 %, подтверждая высокую точность, чувствительность и сбалансированность предложенного решения. Подобная визуализация позволяет быстро оценить сильные стороны модели и её надёжность при работе с медицинскими изображениями.

Заключение.

Предложен подход для диагностики редких онкологических заболеваний, основанный на разработанной методике применения гибридной CNN-GAN системы, работающий на ограниченных наборах КТ/МРТ-снимков. В результате применения разработанной методики было получено улучшение качества классификации. Дополнение обучающей выборки синтетическими изображениями позволило повысить точность (Accuracy) до 92.3% и чувствительность (Recall) до 93.4%.

Предложенная методика позволяет осуществить гибкость архитектуры, заключающейся в том, что модели CNN и GAN могут использоваться как для 2D, так и для 3D данных, что позволяет успешно адаптировать применение нейросетевого подхода к специфике медицинских изображений. Практическая ценность полученных результатов состоит в том, что предлагаемая в статье методика показывает свою эффективность при редких патологиях и высоком дисбалансе классов, что подтверждено улучшением ключевых метрик по сравнению с традиционными методами. Дальнейшие разработки в данной области могут быть сконцентрированы на: расширение рассматриваемой задачи на мультиклассовую классификацию при наличии нескольких типов опухолей; полноценную 3D-обработку (3D-ResNet, 3D-GAN) для учета объемной структуры данных; повышение интерпретируемости результатов с помощью методов Explainable AI.

Таким образом, гибридный подход на базе CNN и GAN демонстрирует высокую ценность для автоматизированной диагностики редких онкологических заболеваний в условиях дефицита данных.

Библиографический список

1. Goodfellow I.J. Generative Adversarial Nets / I.J. Goodfellow [et al.] // Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). – 2014. – Vol. 27. – pp. 2672-2680.
2. He K. Deep Residual Learning for Image Recognition / K. He [et al.] // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), USA, 2016.

3. Ronneberger O. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation/ O. Ronneberger, P. Fischer, T. Brox // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI). – 2015. – Vol. 9351. – pp. 234-241.
4. Isola P. Image-to-Image Translation with Conditional Adversarial Networks / P. Isola [et al.] // CVPR. – 2017. – pp. 5967-5976.
5. Shin H.-C. Deep Convolutional Neural Networks for Computer-Aided Detection: CNN Architectures, Dataset Characteristics and Transfer Learning / H.-C.Shin [et al.] // IEEE Transactions on Medical Imaging. – 2016. – Vol. 35(5). – pp.1285-1298.
6. Wang S. Medical Image Synthesis via Deep Learning / S. Wang, Q. Wang, Y. Zhang // eBioMedicine, Vol. 62, 2020, 103109.
7. Ng A. Machine Learning Yearning / A. Ng // GitHub eBook (MIT Licensed): San Francisco, CA, USA, 2018.
8. Альчаков В.В. Оценка методов машинного обучения для прогнозирования сезонных временных рядов / В.В. Альчаков, В.А. Крамарь // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2023. – № 2 (232). – с. 250-263.
9. Kramar V. Autonomous underwater vehicle navigation via sensors maximum-ratio combining in absence of bearing angle data / V. Kramar, A. Kabanov, K. Dementiev // Journal of Marine Science and Engineering. – 2023. – V.11, (10). – С. 1847.
10. Witten Ian H. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques/ Ian H. Witten, E. Frank, M. A. Hall, C.J. Pal. // Amsterdam; Paris: Elsevier. 2017.

¹*Абибулаев Энвер Алимович, аспирант, enverabibullaev20@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Крамарь Вадим Александрович, д-р техн. наук, проф., kramarv@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Abibulaev Enver Alimovich, Postgraduate Student, enverabibullaev20@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Kramar Vadim Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, kramarv@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА В МОДЕЛИРОВАНИИ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Бохонский А.И.¹

ANALYTICAL MECHANICS IN OBJECTS CONTROLLED MOTION MODELLING

Bokhonsky A.I.¹

***Аннотация.** На примере динамики управляемого движения объекта отражено взаимодействие привлекаемых к моделированию методов из родственных дисциплин. Показана связь уравнений Лагранжа и Гамильтона, которая исторически способствовала появлению принципа максимума Понтрягина. Обращено внимание на некоторые характерные особенности использования применяемых методов при моделировании движения объектов, а также на возможность привлечения альтернативных методов, позволяющих проверить ранее полученные результаты.*

***Abstract.** The example of an object controlled motion dynamics reflects the interaction of methods from related disciplines involved in modeling. The connection between the equations of Lagrange and Hamilton is shown, which historically contributed to the emergence of the Pontryagin maximum principle. Attention is drawn to some usage characteristic features of the applied methods in the objects motion modeling, as well as to the possibility of alternative methods using that allow checking previously obtained results.*

***Ключевые слова.** Уравнения Лагранжа и Гамильтона, принцип максимума Понтрягина, динамические модели, альтернативные методы.*

***Keywords.** Lagrange and Hamilton equations, Pontryagin maximum principle, dynamic models, alternative methods.*

На свете есть вещи поважнее самых прекрасных открытий – это знание методов, которыми они были сделаны.

Г. Лейбниц

Введение.

Моделирование целенаправленного движения объекта предполагает участие как методов аналитической механики, так и теории оптимального

управления. С методологической точки зрения интересно не только непосредственное использование указанных методов (или, например, реверсионного конструирования управления), но и сама история появления идей, которые привели к созданию методов. На примере системы с одной степенью свободы иллюстрируется не только применение уравнений Лагранжа второго рода, уравнений Гамильтона и принципа максимума Понтрягина, но и других методов для решения задач динамики. Отметим, что на практике бывает необходимо для проверки достоверности полученных результатов параллельно использовать несколько методов.

Целью исследований является попытка упростить изложение идейной стороны привлекаемых эффективных методов для моделирования оптимального движения объекта.

Основная часть.

Краткий обзор литературных источников.

Для изучения основ теории оптимального управления необходима, как известно, специальная математическая подготовка, которая может выходить за пределы традиционного курса математики для технических вузов.

Трудности в восприятии результатов известных классических исследований могут возникать и в связи с предварительным постулированием некоторых исходных положений. Например, в [1] Авторами принципа максимума непосредственно сказано: «...рассмотрим еще одну систему уравнений:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = - \sum_{\alpha=0}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \psi_\alpha, \quad i = 0, 1, \dots, n.»$$

В известном докладе Р.В. Гамкрелидзе [2] по поводу истории появления принципа максимума отмечено следующее: «Простые соображения двойственности ... привели к рассмотрению следующего сопряженного уравнения относительно «вспомогательной переменной» ковектора ψ :

$$\frac{d\psi}{dt} = -\psi \frac{\partial f(x, u)}{\partial x}.» \quad (1)$$

В известном справочнике по математике [3] содержится следующее: «Введем присоединенную вектор-функцию ... и получим векторное представление:

$$\dot{p} = - \frac{\partial f}{\partial x} p.»$$

Например, в работе [4] «уравнения для определения

вспомогательных функций записываются в симметричном виде:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i}, \quad \frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}.$$

По поводу функции Гамильтона в свое время в достаточно популярном учебнике [5] при изложении ПМП отмечено: « H – есть не что иное, как полная энергия системы... Функция H является мощностью, а функции ψ_i – импульсами.»

Приведенный очень краткий обзор ограниченного числа литературных источников показывает важность выбора естественного изложения материала повышенной трудности.

Уравнение Лагранжа второго рода.

В классическом учебнике [6] показано, что уравнения Лагранжа являются результатом преобразований общего уравнения динамики с использованием обобщенных координат, их вариаций и обобщенных сил. Однако, здесь уместно напомнить краткий вывод уравнений с привлечением принципа Гамильтона-Остроградского [7,8]. Опуская индексы (система с одной степенью свободы), используем вариации обобщенной координаты и обобщенной скорости $\delta q, \delta \dot{q}$. В действительном движении вариации кинетической энергии и работы

$$\delta T + \delta A = 0, \quad (2)$$

где изохронная вариация кинетической энергии $T(q, \dot{q})$ записывается по аналогии с дифференциалом

$$\delta T = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} + \frac{\partial T}{\partial q} \delta q, \quad (3)$$

для виртуальной работы следует

$$\delta A = Q \delta q.$$

Для некоторого упрощения вывода (исключительно в порядке обсуждения), если множители в скалярном выражении $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q$ не равны нулю и это выражение не входит в вариацию энергии (2), то формально можно предположить случай, что скалярное произведение $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q = c = 0$, и тогда следует

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q \right) = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} = 0,$$

$$\text{т.е. } \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} = - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \delta q. \quad (4)$$

Теперь с учетом (2), (3) и (4) получено уравнение

$$\left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} - Q \right) \delta q = 0, \quad (5)$$

$\delta q \neq 0$ и из (5) следует уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = Q. \quad (6)$$

Уравнение Гамильтона.

$H = T + \Pi$ – функция Гамильтона. С использованием функции Лагранжа (кинетического потенциала) $L = T - \Pi$, где T – кинетическая энергия, Π – потенциальная энергия, уравнение (6) запишется так

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0.$$

При вводе новой переменной $\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$ (обобщенного импульса) и с учетом $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = \dot{\psi}$ уравнение Лагранжа принимает следующий вид:

$$\dot{\psi} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0. \quad (7)$$

Если, например, $T = \frac{m\dot{q}^2}{2}$, то $\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = m\dot{q}$.

Используем исходные уравнения движения (с дальнейшим формальным упрощением) в компактном виде

$$\dot{q} = f, \quad (8)$$

где $f = f(q, u, t)$, u – управление.

Функция Гамильтона (в этом случае) записывается так:

$$H = \psi \dot{q} - L. \quad (9)$$

Из (9) с учетом (7) следует

$$\frac{\partial H}{\partial q} = - \frac{\partial L}{\partial q} = -\dot{\psi}. \quad (10)$$

С учетом (8), (9) и (10) $\dot{\psi} = -\frac{\partial H}{\partial q}$ и $\dot{q} = f$, $H = \psi \dot{q} = \psi f$ следует уравнение (по существу потенциальная энергия в управляемом движении непосредственно не участвует)

$$\dot{\psi} = -\frac{\partial H}{\partial q} = -\psi \left(\frac{\partial}{\partial q} \dot{q} \right) = -\psi \frac{\partial f}{\partial q}.$$

Таким образом, получена известная зависимость (1). Так как $\frac{\partial H}{\partial \psi} = \dot{q}$, то канонические уравнения Гамильтона принимают вид:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \psi}, \quad \frac{d\psi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}. \quad (11)$$

В классической формулировке принципа максимума подчеркивается необходимость существования ненулевого решения уравнения (системы уравнений):

$$\dot{\psi} = -\psi \frac{\partial f}{\partial q}.$$

Пример управления колебаниями гармонического осциллятора.

В докладе Р.В. Гамкрелидзе [2] отмечено, что поводом для открытия принципа максимума была задача оптимального синтеза по быстрдействию для осциллятора (D.W. Bushaw, 1952 г.):

$$\ddot{x} + x = u, \quad |u| \leq 1.$$

Для решения задачи оптимального управления колебаниями (их подавления) используем принцип максимума Понтрягина. Уравнение (11) записывается в форме Коши

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = -x_1 + u(t) \quad (12)$$

с краевыми условиями:

$$x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0; \quad x(T) = 0, \quad \dot{x}(T) = 0.$$

Необходимо за заданное время движения T подавить свободные колебания, обусловленные начальными условиями.

Здесь Гамильтониан имеет вид:

$$H = \psi_1 x_2 - \psi_2 x_1 + \psi_2 u(t).$$

Как известно, Гамильтониан достигает максимума при совпадении

знаков $\psi_2(t)$ и $u(t)$. Для вспомогательных функций $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ следуют уравнения:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\psi_1, \quad (13)$$

решение уравнений (13) $\psi_2(t) = D \sin(t + \alpha)$, $D = 1$.

Поэтому в данной задаче управление:

$$u(t) = 1 \cdot \text{sign}(\sin(t + \alpha)).$$

Численный пример. Исходные данные: $x(0) = 6$ м/с, $\dot{x}(0) = 0$; $\alpha = \pi$.

Графики движения приведены на Рис.1 $(x(t) = z^{(1)}, \dot{x}(t) = z^{(2)})$. Полное подавление колебаний, обусловленных начальными условиями, достигается, например, при $T = 3\pi$ с.

Подавление колебаний при использовании сухого трения и линейно-вязкого сопротивления.

Сухое трение может рассматриваться как релейное управление, использование которого приводит к полученному ранее результату. Уравнение движения с учетом сухого трения

$$\ddot{x} + x = 1 \cdot \text{sign}(\dot{x}). \quad (14)$$

Графики $x(t)$, $\dot{x}(t)$ поведения объекта изображены на Рис.2.

Интересно отметить, что даже использование линейно-вязкого сопротивления позволяет получить предыдущий результат (Рис.3). В этом случае дифференциальное уравнение движения

$$\ddot{x} + x = -2n\dot{x}, \quad (15)$$

где $n = 3 \text{ с}^{-1}$.

$$x := \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -x_0 - \text{sign}(\sin(t - \pi)) \end{pmatrix} \quad Z := \text{rkfixed}(x, 0, 9.5, 20000, D)$$

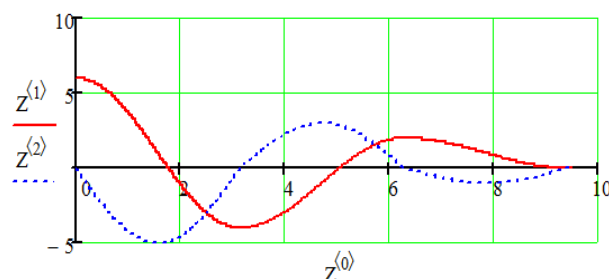


Рис.1 – Релейное управление. Принцип максимума

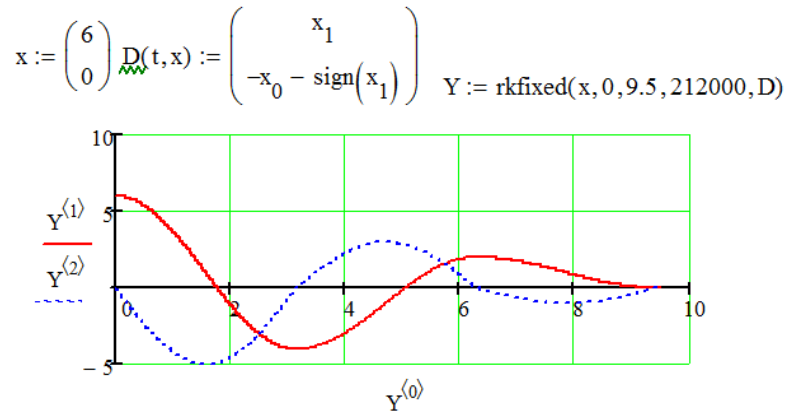


Рис.2 – Сухое трение

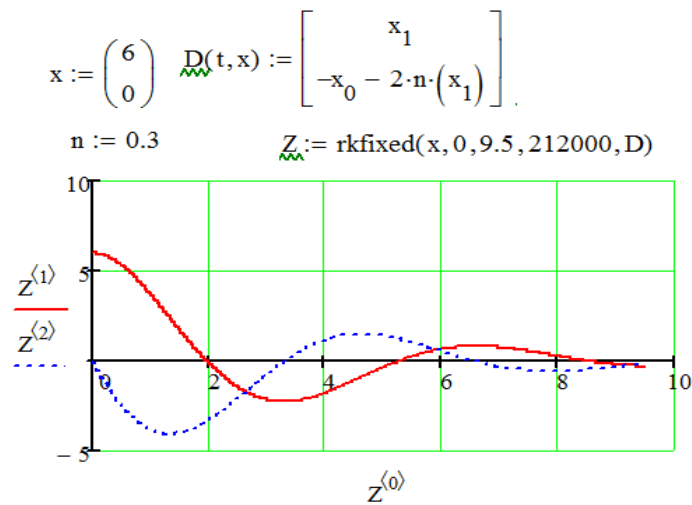


Рис.3 – Линейно-вязкое сопротивление

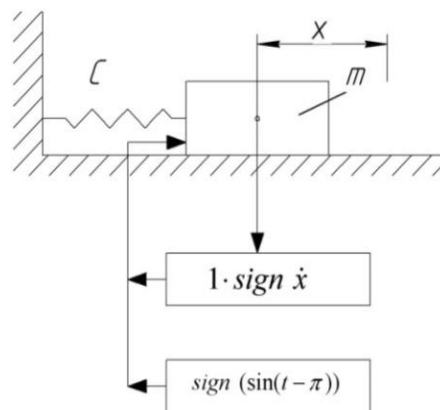


Рис.4 – Динамическая модель, использование управлений

При трех различных по своей природе управлениях колебания упругого осциллятора тождественны. Численное интегрирование уравнений (12), (14) и (15) выполнено методом Рунге-Кутты (в MathCad).

На возможность поиска оптимальных управлений движением объектов без предварительного задания критерия обращено внимание,

например, в публикациях [9,10].

Примеры реверсионного восстановления функционалов. Конструирование управлений.

Пример 1.

Задана функция $x = t^2 - e^{-t}$, ее производная $\dot{x} = 2t + e^{-t}$. Вторая производная дает уравнение движения материальной точки ($m = 1$ кг):

$$\ddot{x} = 2 - e^{-t}. \quad (16)$$

Предполагается функционал $\int_0^T f(\dot{x}, x, t) dt$, уравнение Эйлера которого $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} = 0$. Поэтому для уравнения Эйлера (16) следует функционал:

$$J_1 = \int_0^T \left[\frac{\dot{x}^2}{2} + (2 - e^{-t})x \right] dt.$$

Если принять $T = 1$ с, то $J_1 = 1,0855$ Дж.

В результате преобразований исходных аналитических функций можно получить дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + \dot{x} = 2 - 2t,$$

Которому будет соответствовать функционал

$$J_2 = \int_0^T \left[\frac{\dot{x}^2}{2} + (2 - 2t)x \right] dt.$$

При $T = 1$ с функционал $J_2 = 2,3161$ Дж.

Пример 2.

Задана функция $x = be^{-kt}$; $\dot{x} = -bke^{-kt}$, $\ddot{x} = bk^2e^{-kt}$, где $k, b = \text{const}$. Этим функциям соответствуют дифференциальные уравнения:

$$\ddot{x} + k\dot{x} = 0, \quad \ddot{x} - k^2x = 0,$$

по которым восстановленные функционалы

$$J_1 = \int_0^T \frac{\dot{x}^2}{2} e^{kt} dt, \quad J_2 = \frac{1}{2} \int_0^T (\dot{x}^2 + k^2 x^2) dt.$$

Если принять $k = 1$, $b = 1$, $T = 1$ с, то $J_1 = 2,7526$ Дж, $J_2 = 1,7224$ Дж.

Исходные функции в Примерах 1, 2 описывают механическое

движение системы с одной степенью свободы, т.е. восстановленные функционалы-критерии отражают экстремальность движения объекта. Не единственность решения предполагает, что существует такое значение времени движения, при котором восстановленные интегралы численно равны.

На Рис.5а изображены графики зависимостей функционалов от верхнего предела интегрирования $J_1(T)$ и $J_2(T)$. При $T = 0,6174$ с функционалы численно равны $J_1 = J_2 = 0,8625$. На Рис.5б приведен график $J(T) = J_1(T) - J_2(T)$, дополнительно подтверждающий существование такого $T = 0,6174$ с, при котором интегралы численно равны. Реверсионное исчисление приводит к появлению новых теорем, отражающих свойства оптимально управляемого динамического поведения объектов.

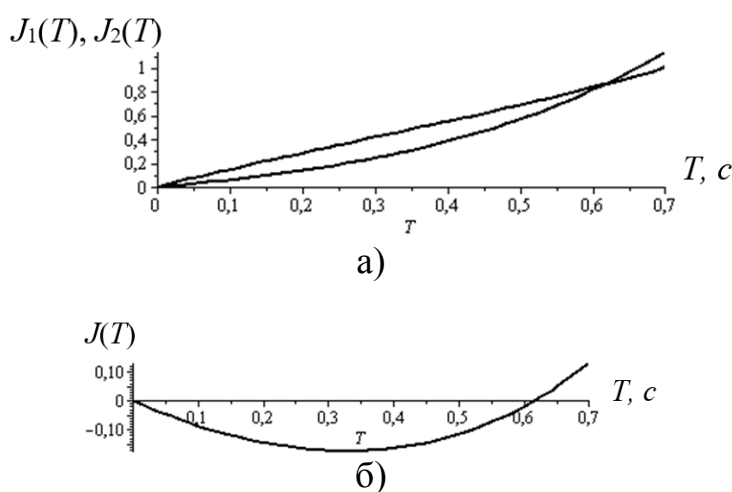


Рис.5 – Графики зависимости функционалов от предела интегрирования T :
а) $J_1(T), J_2(T)$; б) $J(T) = J_1(T) - J_2(T)$

Алгоритмы реверсионного конструирования оптимальных управлений (решение полной обратной задачи вариационного исчисления) без предварительного задания критерия оптимальности рассмотрены, например, в [9,10]. Обобщения решений полной обратной задачи привели к формулировке реверсионного принципа оптимальности (РПО), который подтверждает существование экстремума восстановленного функционала-критерия [10]. Экстремум (минимум) критерия свидетельствует об оптимальности движения объекта под действием конструируемых кососимметричных управлений типа «разгон-торможение».

Заключение.

Получение надежных практических результатов при решении актуальных задач динамики предполагает параллельное использование альтернативных методов. Для глубокого понимания применяемых методов необходимо также изучение идей, на которых они основаны.

Уместно напомнить замечательные слова Н. Винера (при моделировании оптимального поведения объектов): «Деление наук на различные дисциплины – не более чем административная условность».

Осуществлена попытка показать участие родственных научных дисциплин при решении задач управляемого движения с частичным освещением истории появления используемых методов.

Библиографический список

1. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, Б.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1969. – 384 с.
2. Гамкрелидзе Р.В. Открытие принципа максимума Понтрягина / Р.В. Гамкрелидзе. – Laboratoire des Sciences des Information, 2013. – P. 12.
3. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1981. – 720 с.
4. Абдулаев Н.Д. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов / Н.Д. Абдулаев, Ю.П. Петров. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
5. Зайцев Т.Ф. Основы автоматического управления и регулирования / Т.Ф. Зайцев, В.И. Костюк, П.Н. Чинаев. – К.: Техника, 1975. – 496 с.
6. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики. Т.2. Динамика / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. – М.: Наука, 1985. – 496 с.
7. Бутенин Н.В. Введение в аналитическую механику / Н.В. Бутенин. – М.: Наука, 1971. – 264 с.
8. Добронравов В.В. Основы аналитической механики / В.В. Добронравов. – М.: Высш. шк., 1976. – 264 с.
9. Бохонский А.И. Конструирование оптимальных управлений перемещением упругих объектов / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская. – С.-Пб: НИЦ МС, 2020. – 120 с.
10. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности / А.И. Бохонский. – М: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.

¹*Бохонский Александр Иванович, д-р. техн. наук, проф., профессор, bohon.alex@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Bokhonsky Alexander Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor, bohon.alex@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ОТКАЗОВ И РЕЗЕРВА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ПОДСИСТЕМЫ

Заморёнов М.В.¹, Чаленков Н.И.², Шевченко В.И.³, Машенко Е.Н.⁴, Заморёнов И.М.⁵

VERIFICATION OF A TECHNICAL SYSTEM OPERATION MODEL CONSIDERING FAILURES AND POWER SUBSYSTEM REDUNDANCY

Zamoryonov M.V.¹, Chalenkov N.I.², Shevchenko V.I.³, Maschenko E.N.⁴,
Zamoryonov I.M.⁵

Аннотация. В среде имитационного моделирования AnyLogic разработана имитационная модель функционирования технической системы с учетом отказов и резерва энергетической подсистемы. Построенная модель позволяет определять коэффициент готовности исследуемой системы. Проведено сравнение результатов аналитического и имитационного моделирования, которое показало корректность построения аналитической модели.

Abstract. An simulation model of a technical system operation was developed in the AnyLogic simulation environment, accounting for failures and redundancy in the power subsystem. The model constructed in this study enables determination of the system's availability factor. A comparison of analytical and simulation modeling results was performed, which confirmed the correctness of the analytical model construction.

Ключевые слова. Имитационная модель, верификация, техническая система, резерв, коэффициент готовности.

Keywords. Simulation model, verification, technical system, redundancy, availability factor.

Введение.

Моделирование технических систем представляет собой критически важный этап проектирования, основной целью которого является выявление и устранение вероятных ошибок до этапа физической реализации. Поскольку достоверность модели напрямую влияет на корректность функционирования будущей системы, особое внимание уделяется процедуре верификации – комплексной проверке соответствия модели реальным процессам [1...3].

Целью работы является верификация аналитической модели функционирования технической системы с учетом отказов и резерва энергетической подсистемы, приведенной в [4].

Для проведения верификации применяется метод имитационного моделирования, который позволяет исследовать поведение системы в различных условиях [5,6]. На основе разработанной аналитической модели создается её имитационный аналог, учитывающий динамические параметры и внешние воздействия.

В качестве инструмента верификации выбрана система AnyLogic, которая представляет собой мощную интегрированную среду имитационного моделирования, обеспечивающую полный цикл разработки и анализа моделей сложных систем. Данная платформа сочетает высокоуровневые средства визуального проектирования с возможностями текстового программирования на специализированном языке, что позволяет создавать как типовые, так и уникальные модели [7,8].

Система автоматически управляет параллельными дискретными процессами в рамках единого модельного времени, предоставляя при этом гибкие механизмы настройки правил синхронизации событий. AnyLogic включает комплексный набор инструментов для динамической отладки моделей в реальном времени, управления ходом экспериментов и автоматизированной обработки результатов моделирования [9...11].

Полученные результаты позволяют не только подтвердить корректность исследуемой модели, но и оптимизировать её параметры перед переходом к этапу практической реализации.

Для удобства опишем функционирование системы. Время ее безотказной работы – СВ α_1 с ФР $F_1(t) = P(\alpha_1 \leq t)$, время восстановления системы – СВ β_1 с ФР $G_1(t) = P(\beta_1 \leq t)$. Время безотказной работы энергетической системы – СВ α_2 с ФР $F_2(t) = P(\alpha_2 \leq t)$, время восстановления энергетической системы – СВ β_2 с ФР $G_2(t) = P(\beta_2 \leq t)$. Время работы резерва энергетической системы – СВ α_3 с ФР $F_3(t) = P(\alpha_3 \leq t)$, время восстановления энергетической системы – СВ β_3 с ФР $G_3(t) = P(\beta_3 \leq t)$.

Граф состояний системы приведен на Рис.1.

Опишем состояния системы:

- S_{00} – работа системы началась заново;
- S_{10} – произошел отказ системы, началось восстановление системы;
- S_{0x1} – произошел отказ энергосистемы, работа основной системы продолжается оставшееся время безотказной работы $x > 0$, началось восстановление энергосистемы;

- S_{11} – произошел отказ основной системы, за время восстановления основной системы, проводим профилактику энергосистемы;
- S_{02} – закончился резерв энергосистемы, проводится восстановление энергосистемы и резерва, а также профилактика основной системы.

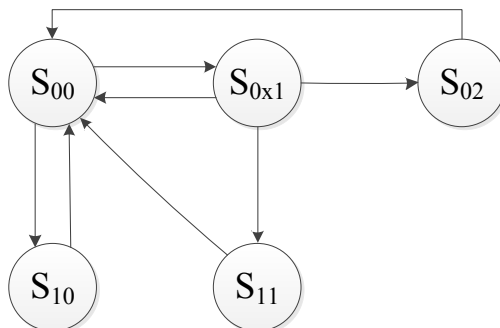


Рис.1 – Граф состояний системы

Структура модели в среде Anylogic представлена на Рис.2.

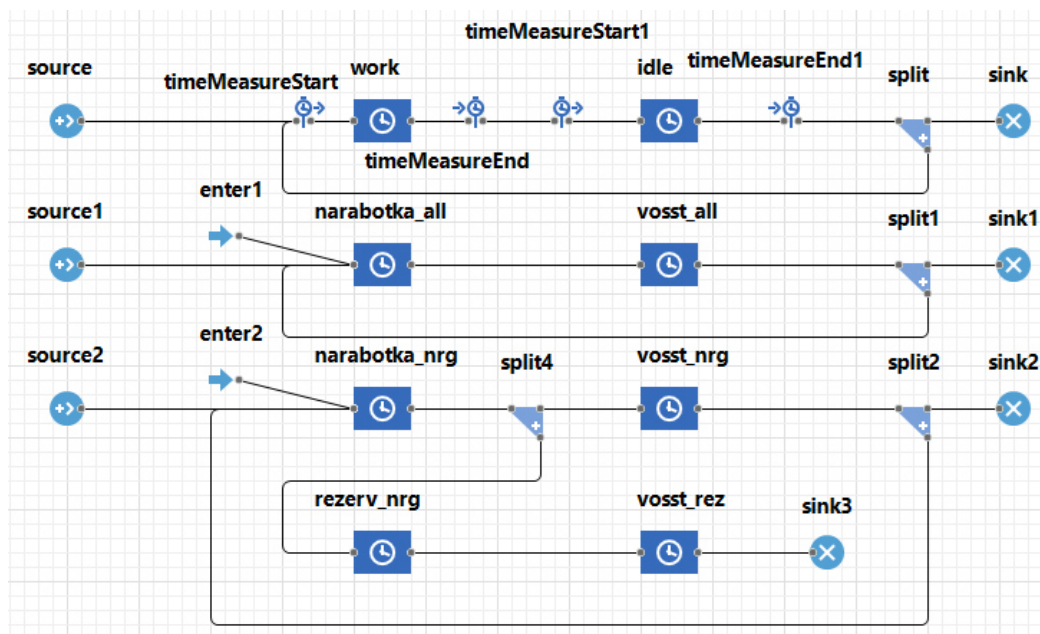


Рис.2 – Структура модели в среде Anylogic

В данной модели цепочка «source-work-idle-sink» моделирует работу системы, блоки timeMeasure обеспечивают замеры времен работы и простоя системы.

Цепочка «source1-narabotka_all-vosst_all-sink1» моделирует основные отказы системы, не связанные с ее энергетической подсистемой.

Цепочка «source2-narabotka_nrg-vosst_nrg-sink2» – отказ и восстановление энергетической подсистемы, а цепочка «rezerv_nrg-vosst_rez-sink3» – функционирования резерва энергетической подсистемы.

Для корректного функционирования модели, агенты при выходе из блоков vosst_all, vosst_nrg и vosst_rez выполняют действия, как показано

соответственно на Рис.3.а, Рис.3.б и Рис.3.в. Прогон имитационной модели приведен на Рис.4.



Рис.3 – Действия агентов при освобождении блоков vosst_all, vosst_nrg и vosst_rez

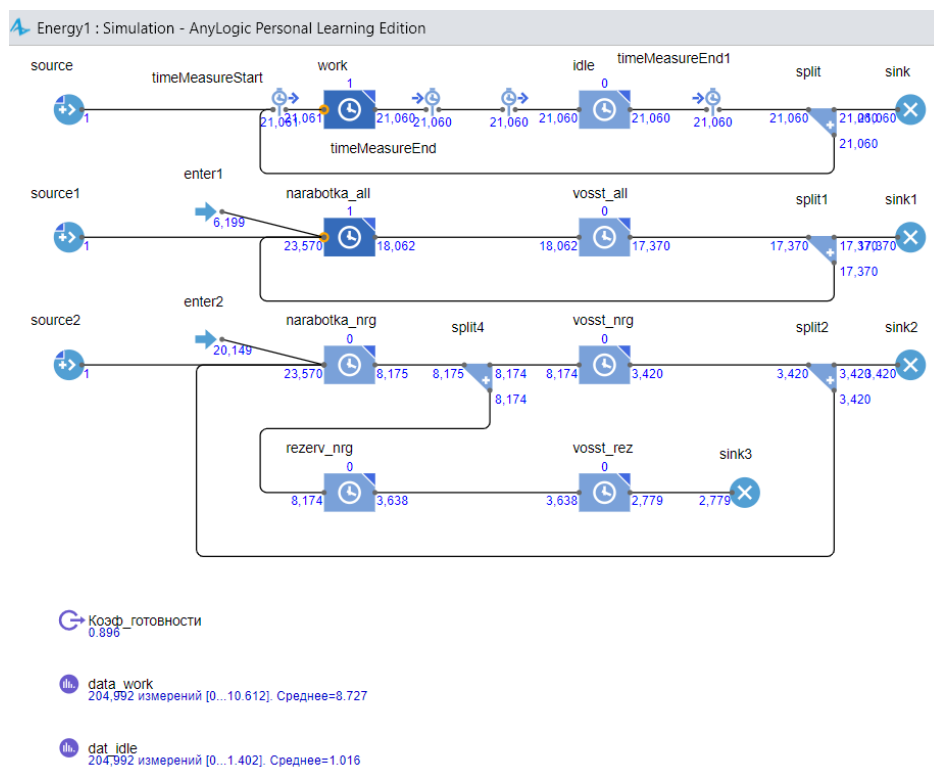


Рис.4 – Результаты имитационного моделирования

Моделирование проводилось при следующих исходных данных. Функции распределения $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_3(t)$, $G_1(t)$, $G_2(t)$ и $G_3(t)$; распределены по обобщенному закону Эрланга второго порядка с параметрами:

$$\lambda_{11} = 0,11 \text{ ч}^{-1}, \lambda_{12} = 1,09 \text{ ч}^{-1}; \lambda_{21} = 0,055 \text{ ч}^{-1}, \lambda_{22} = 0,545 \text{ ч}^{-1}; \lambda_{31} = 0,275 \text{ ч}^{-1}, \lambda_{32} = 2,725 \text{ ч}^{-1}; \mu_{11} = 1,101 \text{ ч}^{-1}, \mu_{12} = 10,899 \text{ ч}^{-1}; \mu_{21} = 0,22 \text{ ч}^{-1}, \mu_{22} = 2,18 \text{ ч}^{-1}; \mu_{31} = 1,101 \text{ ч}^{-1}, \mu_{32} = 10,899 \text{ ч}^{-1}.$$

Результаты имитационного и аналитического моделирования (коэффициенты готовности: $KГ_{ан}$ и $KГ_{им}$; среднестационарное время пребывания системы в подмножестве состояний E^+ : $T^+_{ан}$ и $T^+_{им}$; и в подмножестве E^- : $T^-_{ан}$ и $T^-_{им}$; рассчитанные по аналитической и имитационной моделям соответственно), а также расчет относительной погрешности моделирования приведены в таблице 1.

Таблица 2 – Результаты моделирования

№	$KГ_{им}$	$KГ_{ан}$	Отн. погр.	$T^+_{им}$	$T^+_{ан}$	Отн. погр.	$T^-_{им}$	$T^-_{ан}$	Отн. погр.
1.	0,897	0,897	0,15%	8,755	8,71	0,34%	1,004	1,00	1,46%
2.	0,895			8,786			1,03		
3.	0,896			8,632			1,004		
4.	0,896			8,783			1,015		
5.	0,896			8,809			1,01		
6.	0,895			8,765			1,022		
7.	0,896			8,694			1,005		
8.	0,895			8,678			1,022		
9.	0,895			8,754			1,02		
10.	0,895			8,738			1,027		

Как видно из таблицы 1, относительная погрешность результатов моделирования не превышает 1.5%, что явно говорит о правильности построения аналитической и имитационной моделей.

В дальнейших исследованиях планируется провести расчет оптимального распределения вложенных средств для достижения максимального коэффициента готовности такой системы.

Библиографический список

1. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004 – 368 с.
2. Советов Б.Я. Моделирование систем: Курсовое проектирование: Учеб. пособие для вузов по спец. АСУ [Текст] / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высш. шк., 1988. – 135 с.

3. Томашевский В.Н. Имитационное моделирование в среде GPSS [Текст] / В.Н. Томашевский, Е.Г. Жданова. – М.: Бестселлер, 2003. – 416 с.
4. Заморёнов М.В., Копп В.Я., Чаленков Н.И. Анализ функционирования системы с учетом отказов и резерва энергетической системы. Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Тула. Изд-во ТулГУ. – 2023. – № 3. – С. 95-100.
5. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS [Текст] / Т.Дж. Шрайбер ; [пер. с англ. В.И. Гарчера, И.Л. Шмуйловича]; под ред. М.А. Файнберг. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с.
6. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем / Кудрявцев Е.М. ДМК, Пресс 2004, 5-94074-219-X.
7. Боев В.Д. Исследование адекватности GPSS World и AnyLogic при моделировании дискретно-событийных процессов: Монография / В.Д. Боев. – СПб.: ВАС, 2011. – 404 с.
8. Дискретно-событийное моделирование. [Электронный ресурс] // AnyLogic. – URL: <http://www.anylogic.ru/discrete-event-simulation>.
9. Борщев А.В. От системной динамики и традиционного ИМ – к практическим агентным моделям: причины, технология, инструменты.
10. Кудрявцев Е.М. Основы имитационного моделирования различных систем. / Е.М. Кудрявцев. – М.: ДМК пресс, 2004. – 320 с.
11. Многоподходное имитационное моделирование в AnyLogic. XJ Technologies : [электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.xjtek.ru>

¹*Заморёнов Михаил Вадимович, канд. техн. наук, доц., доцент, zatoryonoff@gmail.com, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Чаленков Никита Игоревич, старший преподаватель, chalenkov-nikita@yandex.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

³*Шевченко Виктория Игоревна, канд. техн. наук, доц., зав. кафедрой, vishevchenko@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

⁴*Мащенко Елена Николаевна, канд. техн. наук, доц., доцент, maschenko@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

⁵*Заморёнов Илья Михайлович, ассистент, ilia.zatoryonov@gmail.com, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

«Севастопольский государственный университет»

Zamoryonov Mikhail Vadimovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, zamoryonoff@gmail.com, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Chalencov Nikita Igorevich, Senior Lecturer, chalencov-nikita@yandex.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Shevchenko Viktoria Igorevna, Candidate of Technical Sciences, Docent, Head of Department, vishevchenko@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Maschenko Elena Nikolaevna, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, maschenko@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Zamoryonov Ilia Mikhailovich, Assistant, ilia.zamoryonov@gmail.com, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ УПРАВЛЕНИЯ ПРИНЦИПА ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ПОИСКА ФОРМ ДВИЖЕНИЯ

Варминская Н.И.¹

ACTION PRINCIPLE USING IN CONTROL MODELING TO MOTION FORMS' SEARCH

Varminskaya N.I.¹

Аннотация. При моделировании оптимального движения трехзвенного антропоморфного манипулятора с конечным числом степеней свободы (с невесомыми звеньями и сосредоточенными массами в узлах) показана возможность использования принципа действия для определения наилучшей формы движения, которая обеспечивает достижение цели движения со снижением энергетических затрат на его реализацию; результат дополнительно проверен параллельным вычислением нескольких энергетических критериев.

Abstract. In the optimal motion modeling of a three-link anthropomorphic manipulator with a finite number of degrees of freedom (with weightless links and concentrated masses at the nodes), the possibility of using the action principle to determine the best motion form that ensures the achievement of the motion purpose with a reduction in the energy costs for its implementation is demonstrated; the result is additionally verified by calculating several energy criteria.

Ключевые слова. Оптимальное движение, принцип действия, форма движения, энергетические затраты, снижение энергоемкости целенаправленного движения.

Keywords. Optimal motion, action principle, motion form, energy costs, energy consumption reduction of purposeful motion.

Введение.

Методам определения форм движения сложных механических систем посвящены, например, работы [1...3,5] и другие. Продолжают оставаться актуальными задачи моделирования и поиска действительных форм движения сложных манипуляторов конечной жесткости с учетом различных законов управления перемещением их звеньев.

Моделирование оптимальных управлений перемещением объектов как абсолютно твердых тел и деформируемых систем рассмотрено, например, в работах [4,8,9,12...15], в которых приведены некоторые

технические приложения управлений, уже известных или полученных на основании реверсионного принципа оптимальности (согласно РПО функционал-критерий восстанавливается по функции через уравнение Эйлера [4,8,12,13]).

Реализация оптимальных управлений связана с поиском форм движения многозвенных механизмов для достижения поставленной цели (например, требуемого конечного состояния центра масс схвата с грузом) на основании обоснованных критериев, в том числе – принципа действия или «обобщенного мультипликативного критерия энергодействия» [11].

Рассматривается модель управления движением антропоморфного трехзвенного манипулятора с невесомыми звеньями и сосредоточенными массами в узлах; определяются энергетические затраты на реализацию движения в зависимости от найденной формы движения. Возможные формы движения руки манипулятора предполагаются заданными, известны начальное и конечное положения звеньев руки, которые определяют ее движение из исходного состояния в конечное.

В общем случае форма движения манипулятора из числа виртуальных может быть найдена на основании принципа наименьшего действия в форме Лагранжа [10]:

$$2 \int_0^{t_1} T dt = \min, \quad (1)$$

где T – общая кинетическая энергия руки манипулятора в произвольный момент времени; t_1 – заданное общее время движения руки, которое одинаково для всех форм движения.

Согласно (1) действительной формой движения, как наилучшей из виртуальных, будет та, для которой принцип действия принимает наименьшее значение.

Цель исследований – поиск формы движения для трехзвенного антропоморфного манипулятора с привлечением принципа действия при учете энергоемкости движения, а также с использованием дополнительного «обобщенного мультипликативного критерия энергодействия».

Основная часть.

Выполнено моделирование движения трехзвенного антропоморфного манипулятора из исходного в конечное состояние покоя с использованием различных законов управления, при этом начальное и конечное положения звеньев руки заранее известны.

Известное в литературе [6,7] управление вращением звена руки манипулятора (угловое ускорение), полученное на основании критерия

минимума так называемой нормы мощности $J_1 = \int_0^{t_1} U_1^2 dt$, имеет вид:

$$U_1 = \varepsilon(t) = \frac{6\varphi_*}{t_1^2} \left(1 - \frac{2t}{t_1} \right), \quad (2)$$

где φ_* – угол поворота; t_1 – общее время движения.

После интегрирования при заданных граничных условиях $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = \omega(0) = 0$, $\varphi(t_1) = \varphi_*$, $\dot{\varphi}(t_1) = 0$ получены следующие выражения для угловой скорости и угла поворота

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \frac{6\varphi_*}{t_1^2} \left(t - \frac{t^2}{t_1} \right); \quad \varphi(t) = \frac{6\varphi_*}{t_1^2} \left(\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3t_1} \right).$$

Графики $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$ изображены на Рис.1.

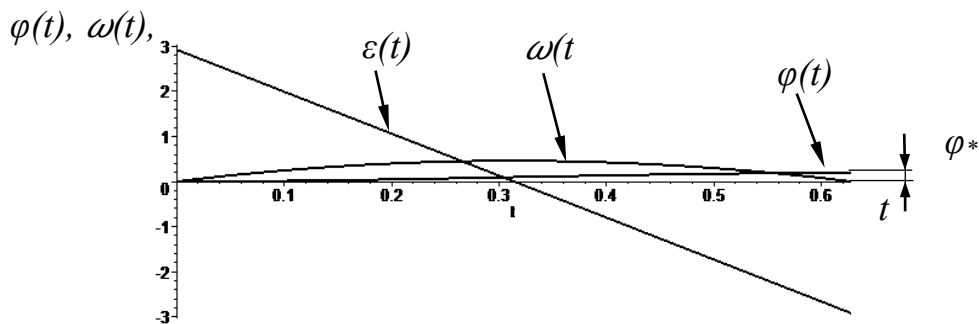


Рис.1 – Графики угла поворота, скорости и ускорения (управления)

Для оценки движения рассмотрено управление в виде гармонической функции. В случае критерия

$$J_2 = \int_0^T \left(\frac{\dot{U}^2}{2} - p^2 \frac{U^2}{2} \right) dt,$$

после решения уравнения Эйлера $F_{U_e} - \frac{d}{dt} F_{\dot{U}_e} = 0$ и преобразований, получены выражения для перемещения, скорости и углового ускорения:

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_*}{2\pi} (pt - \sin pt), \quad \omega(t) = \frac{\varphi_* p}{2\pi} (1 - \cos pt), \quad U_2 = \varepsilon(t) = \frac{\varphi_* p^2}{2\pi} \sin pt. \quad (3)$$

Графики $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$ изображены на Рис.2.

Энергия, затраченная на реализацию движения, вычисляется по формуле

$$A = 2 \int_0^{t_1/2} M_1(t) \dot{\varphi}_1(t) dt + 2 \int_0^{t_1/2} M_2(t) \dot{\varphi}_2(t) dt + 2 \int_0^{t_1/2} M_3(t) \dot{\varphi}_3(t) dt,$$

где M_1, M_2, M_3 – моменты в приводах (в узлах руки манипулятора); $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$ – угловые скорости звеньев.

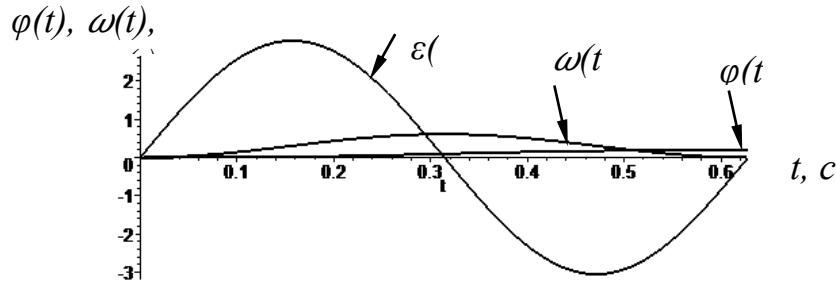


Рис.2 – Графики угла поворота, скорости и ускорения согласно (3)

Моменты в приводах как обобщенные силы – это правые части уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = M_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Кинетическая энергия вычислена для различных форм движения – при достижении заданной точки центром масс схвата.

1. Первая форма движения.

Рассмотрено движение трехзвенного антропоморфного манипулятора (Рис.3) из исходного состояния покоя (положение I) в конечное (положение II). Первые два звена совершают вращательное движение как единое целое, а третье – плоскопараллельное.

Для определения конечных углов поворота звеньев (при достижении центром масс схвата точки с координатами x_1, y_1) для первой формы движения составлены зависимости между заданными декартовыми координатами конечной точки (x_1, y_1) и конечными углами поворотов (φ_1^* , φ_3^*) звеньев, представляющих собой систему трансцендентных уравнений:

$$\begin{aligned} (l_1 + l_2) \cos(\varphi_1^*) + l_3 \cos(\varphi_3^*) - y_1 &= 0, \\ (l_1 + l_2) \sin(\varphi_1^*) + l_3 \sin(\varphi_3^*) - x_1 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Система уравнений (4) решена численно для исходных данных: $l_1 = 0,38$ м; $l_2 = 0,28$ м; $l_3 = 0,21$ м; $x_1 = 0,32$ м; $y_1 = 0,7$ м. При этом получены следующие значения конечных углов (в радианах и градусах): $\varphi_1^* = 0,173$ ($11,02^\circ$); $\varphi_3^* = 1,392$ ($79,75^\circ$).

При движении по первой форме кинетическая энергия

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_1 + l_2)^2 \dot{\varphi}_1^2 + \\ + \frac{1}{2} m_3 \left((l_1 + l_2)^2 \dot{\varphi}_1^2 + l_3^2 \dot{\varphi}_3^2 + 2(l_1 + l_2) l_3 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_3) \right),$$

где m_1, m_2, m_3 – сосредоточенные массы в узлах; l_1, l_2, l_3 – длины звеньев руки манипулятора; $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_3$ – угловые скорости звеньев.

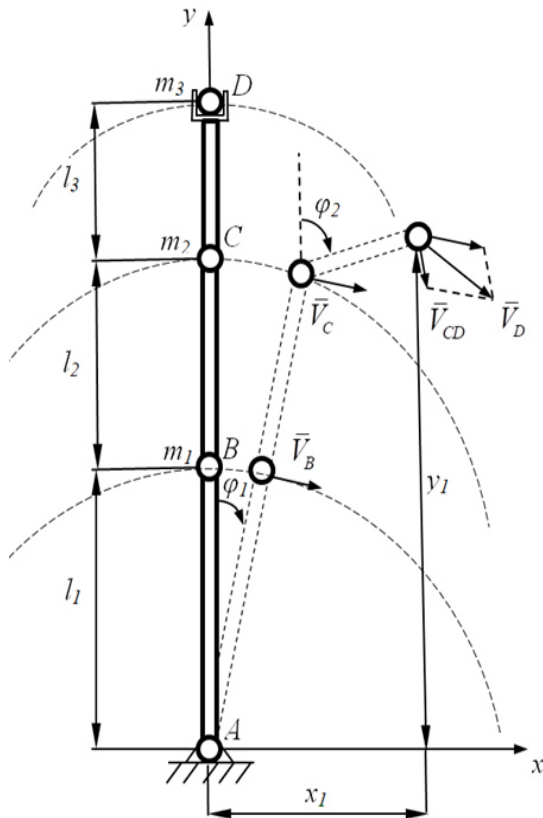


Рис.3 – Схема движения
(первая форма движения)

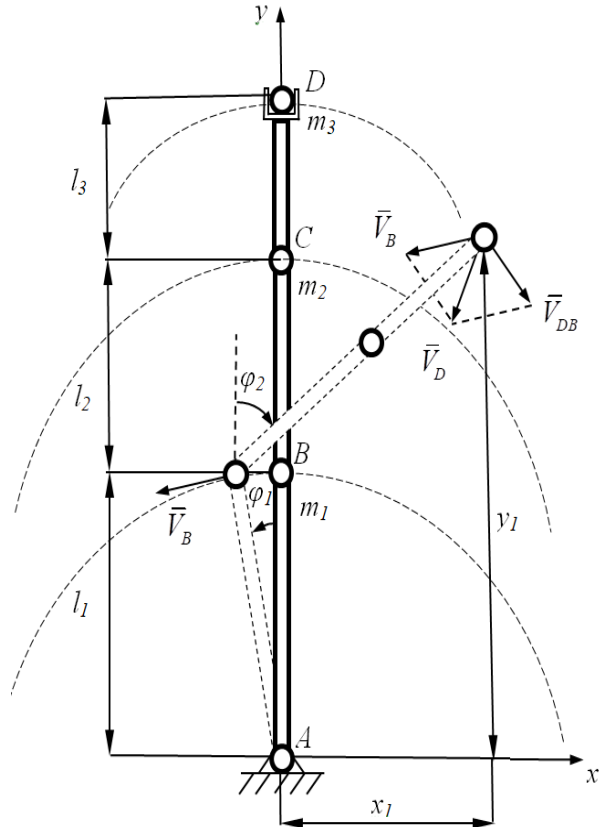


Рис.4 – Схема движения
(вторая форма движения)

Из уравнений Лагранжа следуют выражения для моментов в приводах (выражения громоздки и здесь не приведены, но графики движущих моментов для управления в виде (2) показаны на Рис.5).

График кинетической энергии как функции времени изображен на Рис.6. Работа, затраченная на движение, полученное согласно критерию, основанном на минимуме «нормы мощности» $A_1 = 5,67$ Дж. Численное значение принципа действия (1) для этого управления $J_1 = 1,87$ Дж·с.

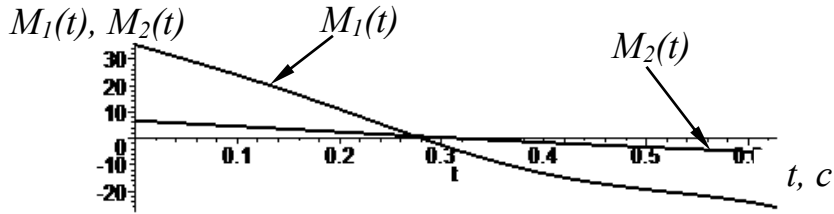


Рис.5 – Движущие моменты в приводах

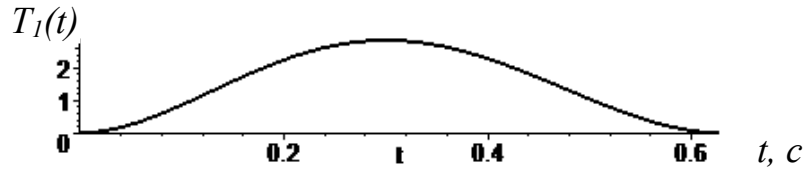


Рис.6 – График изменения кинетической энергии

2. Вторая форма движения.

Рассмотрено движение манипулятора, при котором первое звено совершает вращательное движение, а второе и третье звенья совместно участвуют в плоскопараллельном движении (Рис.4).

Для второй формы движения система трансцендентных уравнений для определения φ_1^* , φ_2^* , соответствующих этой форме, имеет вид:

$$\begin{aligned} -l_1 \sin(\varphi_1^*) + (l_2 + l_3) \sin(\varphi_2^*) - x_1 &= 0, \\ l_1 \cos(\varphi_1^*) + (l_2 + l_3) \cos(\varphi_2^*) - y_1 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение системы уравнений (5) приводит к следующим значениям углов: $\varphi_1^* = 0,128$ ($7,31^\circ$); $\varphi_2^* = 0,851$ ($48,75^\circ$).

Кинетическая энергия вычисляется так:

$$\begin{aligned} T_2 = & \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 + 2 l_1 \dot{\varphi}_1 l_2 \dot{\varphi}_2 \cos(\pi - (\varphi_1 + \varphi_2)) \right) + \\ & + \frac{1}{2} m_3 \left(l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + (l_2 + l_3)^2 \dot{\varphi}_2^2 + 2 l_1 \dot{\varphi}_1 (l_2 + l_3) \dot{\varphi}_2 \cos(\pi - (\varphi_1 + \varphi_2)) \right). \end{aligned}$$

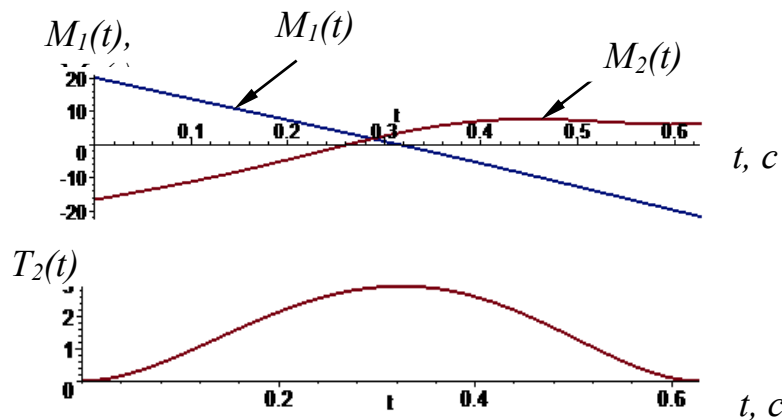


Рис.7 – Движущие моменты в приводах и график изменения кинетической энергии для второй формы движения

Найдены моменты (Рис.7) в приводах и их работа, затраченная на движение, $A_2 = 5,91$ Дж. Значение принципа действия (1) для этой формы движения $J_2 = 1,99$ Дж·с.

3. Третья форма движения.

Рассмотрено движение манипулятора, при котором первое звено вращается, а второе и третье звенья участвуют в плоскопараллельном движении (Рис.8).

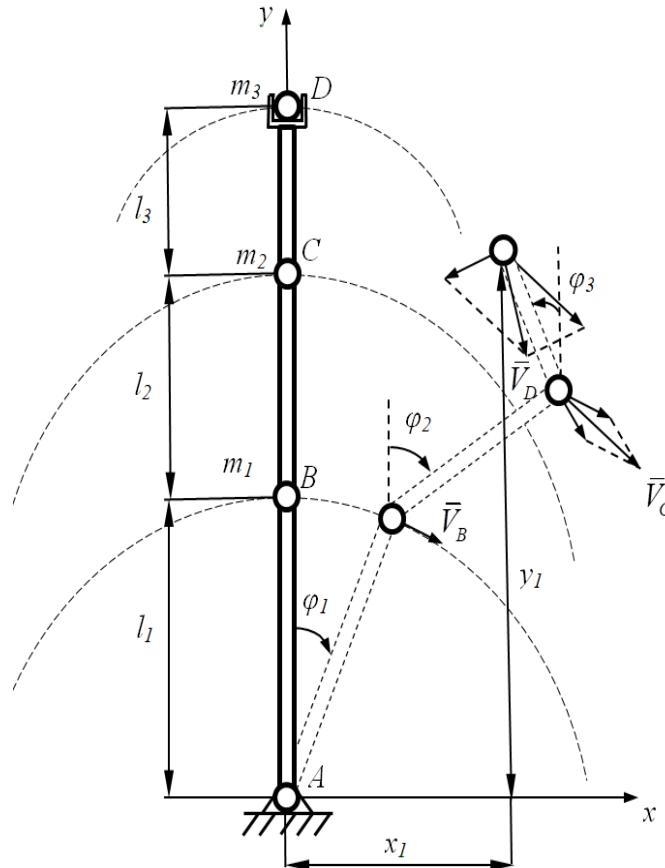


Рис. 8 – Схема движения

Для данной формы движения система трансцендентных уравнений (определение φ_1^* , φ_2^* , соответствующих этой форме) имеет вид:

$$\begin{aligned} -l_1 \sin(\varphi_1^*) - l_2 \sin(\varphi_2^*) + l_3 \sin(\varphi_3^*) + x_1 &= 0, \\ l_1 \cos(\varphi_1^*) + l_2 \cos(\varphi_2^*) + l_3 \cos(\varphi_3^*) - y_1 &= 0, \\ l_1 \cos(\varphi_1^*) + l_2 \cos(\varphi_2^*) - y_2 &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где y_2 – ордината точки C (Рис.8).

Численное решение системы уравнений (6) дает значения конечных углов: $\varphi_1^* = 0,454$ ($26,11^\circ$); $\varphi_2^* = 1,012$ ($57,95^\circ$); $\varphi_3^* = 0,436$ ($25,07^\circ$).

Кинетическая энергия в том случае равна

$$T_3 = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 + 2 l_1 \dot{\varphi}_1 l_2 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right) + \\ + \frac{1}{2} m_3 \left(\left(l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 + 2 l_1 \dot{\varphi}_1 l_2 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right)^2 + l_3^2 \dot{\varphi}_3^2 \right) + \\ + \frac{1}{2} m_3 \left(2 l_3 \varphi_3 \left(l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 + 2 l_1 \dot{\varphi}_1 l_2 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right) \cos \alpha \right),$$

где $\alpha = \pi - \varphi_3 - \frac{\varphi_2}{2} - \frac{\varphi_1}{2}$.

Движущие моменты в приводах определены аналогично.

Работа, затраченная на реализацию движения, $A_3 = 29,67$ Дж. Значение принципа действия (1) для третьей формы движения $J_3 = 4,88$ Дж·с.

Для выбора приемлемой формы движения (из рассмотренных), помимо вычисления работы, затраченной на реализацию движения, и принципа действия вычислен «обобщенный мультипликативный критерий энергодействия» [11].

Результаты представлены в таблице 1, из которой следует, что все критерии принимают минимальное значение для первой формы движения.

Таблица 1 – Значения критериев для управления по норме мощности

Формы движения, конечные углы	Энергия A , Дж	Действие J , Дж·с	Энергодействие $ЭД = A \cdot J$, Дж ² ·с	Примечание
Первая форма $\varphi_1^* = 11,02$, $\varphi_3^* = 79,75$	5,67	1,87	10,60	Предпочтительная форма
Вторая форма $\varphi_1^* = 7,31$, $\varphi_2^* = 45,75$	5,91	1,99	11,76	
Третья форма $\varphi_1^* = 26,11$, $\varphi_2^* = 57,95$, $\varphi_3^* = 25,07$	29,67	4,88	144,79	

Для рассмотренных форм движения также вычислены значения критериев с учетом управления в виде гармонической функции (3). Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения критериев для управления в виде гармонической функции

Формы движения, конечные углы	Энергия A , Дж	Действие J , Дж·с	Энергодействие $ЭД = A \cdot J$, Дж ² ·с	Примечание
Первая форма $\varphi_1^* = 11$, $\varphi_2^* = 79,75$	10,08	2,34	23,59	Предпочтительная форма
Вторая форма $\varphi_1^* = 7,31$, $\varphi_2^* = 45,75$	12,15	2,42	29,403	
Третья форма $\varphi_1^* = 26,11$, $\varphi_2^* = 57,95$, $\varphi_3^* = 25,07$	68,54	6,13	420,15	

Графики движущих моментов (для первой формы движения) изображены на Рис.9.

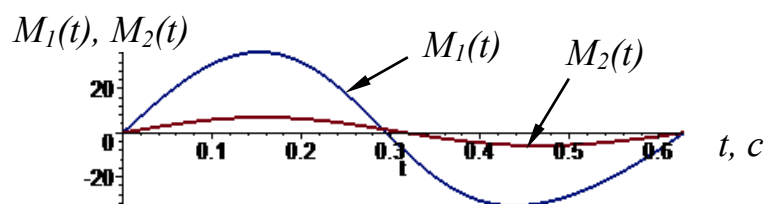


Рис.9 – Движущие моменты в приводах для форм движения и управления вида (3)

Данные таблиц 1 и 2 свидетельствуют, что применение управления (2) дает менее энергоемкий вариант реализации движения.

Графики движущих моментов (Рис.5,6,7,9) и экстремум кинетической энергии подтверждают предпочтение первой формы движения.

Закключение.

Предложена методика поиска предпочтительной формы движения манипулятора, позволяющая для заданного начального и конечного положения руки найти такую форму, которая соответствует минимальной энергоемкости при использовании оптимальных законов кососимметричных управлений (и их реверсионном конструировании [4,8,9,12]). Данный подход предполагает также учет конечной изгибной жесткости звеньев, их массу, распределенную по длине.

Библиографический список

1. Булгаков А.Г. Промышленные роботы. Кинематика, динамика,

- контроль и управление / А.Г. Булгаков, В.А. Воробьев. – М.: Солон-Пресс, 2007. – 488 с.
2. Khalil W. Modelling, Identification and Control of Robots / W. Khalil, E. Dombre. – London: Hermes Penton Ltd, 2002.
 3. Spong M.W. Robot Modelling and Control / M.W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar. – New York: Wiley, 2006.
 4. Бохонский А.И. Вариационное и реверсионное исчисления в механике / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская. – Севастополь: СевНТУ, 2012. – 212с.
 5. Бохонский А.И. Оптимальное управление движением упругого антропоморфного манипулятора / А.И. Бохонский, Д.В. Волнухин // Вестник СевГТУ. Механика, энергетика, экология. – Севастополь: СевГТУ, 1997. – Вып.6. – С. 28-32.
 6. Воронов А.А. Теория автоматического управления. Ч.II. Теория нелинейных специальных систем автоматического управления. Под ред. А.А. Воронова. М.: Высшая школа, 1997. – 288 с.
 7. Солодовников В.В. Основы теории и элементов систем автоматического регулирования: учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
 8. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.
 9. Бохонский А.И. Актуальные задачи вариационного исчисления. – Rabmarium Academic Publishing, 2013. – 77 с.
 10. Бохонский А.И. Конструирование управляемого движения объектов / А.И. Бохонский, А.И. Рыжков // Механика, автоматика и робототехника. Материалы междунар. науч.-техн.конф.–Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. – С. 64 – 69.
 11. Бохонский А.И. Формы движения антропоморфного манипулятора / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Journal of Advanced Research in Technical Science. – North Charleston, USA: SRC MS, CreateSpace, 2019. – Issue 14. – Vol.1. – P. 58 – 63.
 12. Бохонский А.И. Конструирование оптимальных управлений перемещением упругих объектов / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская. – С.-Пб: НИЦ МС, 2020. – 120 с.
 13. Бохонский А.И., Варминская Н.И., Рыжков А.И. Оптимальное переносное движение объектов конечной жесткости / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, А.И. Рыжков. – СПб: Медиапайр, 2024. – 154 с.
 14. Бохонский А.И. Оценка энергоемкости минимального принуждения целенаправленного движения объекта / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, А.И. Рыжков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2022. – № 1 (351). – С. 15 – 20.

15. Бохонский А.И. Алгоритм конструирования оптимального движения упругого объекта / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, Т.В. Мозолевская, А.И. Рыжков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2021. – № 4 (348). – С. 33 –38.

¹*Варминская Наталья Ивановна, канд. техн. наук, доц., зав. кафедрой, nvarminska@gmail.com, Россия, Севастополь, Черноморское высшее военно-морское училище имени П.С. Нахимова*

Varminskaya Natalia Ivanovna, Candidate of Technical Sciences, Docent, Head of Department, nvarminska@gmail.com, Russia, Sevastopol, Black Sea Higher Naval School named after P.S. Nakhimov

**МЕТОДЫ СЕМАНТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ И
КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ ЛИДАРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ**

Зуев С.М.¹, Здрюев Г.Е.²

**METHODS OF SEMANTIC SEGMENTATION AND
CLASSIFICATION OF LIDAR DATA USING MACHINE
LEARNING**

Zuev S.M.¹, Zdruev G.E.²

Аннотация. В работе рассматриваются методы семантической сегментации и классификации данных лидара с использованием алгоритмов машинного обучения. Исследуется применение технологии лидарного сканирования для создания детализированных трехмерных моделей объектов и пространств. Основное внимание уделено разработке и анализу модели, основанной на алгоритме k -NN, для классификации точек облака в среде MatLab с использованием инструментов Lidar Toolbox и Lidar Viewer. Проведен сравнительный анализ эффективности предложенной модели. Рассмотрены возможности повышения точности за счет оптимизации параметров модели и внедрения гибридных методов, комбинирующих k -NN с нейросетевыми подходами. Полученные результаты подтверждают перспективность использования машинного обучения для обработки лидарных данных в задачах машиностроения, автономного транспорта и автоматизации производства.

Abstract. The paper considers methods of semantic segmentation and classification of lidar data using machine learning algorithms. The application of lidar scanning technology for creating detailed three-dimensional models of objects and spaces is investigated. The main attention is paid to the development and analysis of a model based on the k -NN algorithm for classifying cloud points in the MatLab environment using the Lidar Toolbox and Lidar Viewer tools. A comparative analysis of the proposed model efficiency is carried out. The possibilities of increasing accuracy by optimizing model parameters and introducing hybrid methods combining k -NN with neural network approaches are considered. The obtained results confirm the promise of using machine learning for processing lidar data in mechanical engineering, autonomous transport and industrial automation.

Ключевые слова. Обработка изображений, обработка облака точек, машинное обучение, маркировка облака точек, тестирование.

Keywords. Image processing, point cloud processing, machine learning, point cloud labeling, testing.

Введение.

Современные системы машинного зрения и автоматизированной обработки данных активно используют лидары для создания трехмерных моделей окружающего мира. Лидары применяются в различных областях, таких как автономное вождение, робототехника, геодезия и строительство. Однако, для эффективного использования данных лидара необходимо решать задачи семантической сегментации и классификации, которые позволяют выделить и идентифицировать объекты на основе их семантических свойств [1].

В машиностроении применение методов семантической сегментации и классификации данных лидара открывает широкие возможности для автоматизации и повышения эффективности производства. Лидарные системы позволяют сканировать готовые изделия и сравнивать их с эталонными 3D-моделями, а использование метода k-NN для классификации облаков точек помогает автоматически выявлять дефекты и отклонения в форме и геометрии деталей, что критически важно для контроля соответствия деталей стандартам и обеспечения точности сборки [2]. В роботизированных производственных системах лидары с алгоритмами классификации используются для обнаружения препятствий и оптимизации траекторий движения механизмов, снижая риск аварий и повышая безопасность.

Семантическая сегментация облаков точек позволяет идентифицировать отдельные элементы конструкции, что ускоряет процесс реверс-инжиниринга и разработки новых изделий [3]. Лидарные данные применяются для отслеживания износа инструментов и компонентов станков, а машинное обучение позволяет предсказывать необходимость технического обслуживания, минимизируя простои и увеличивая срок службы оборудования [4]. В автономных транспортных системах (AGV, AMR) лидарные датчики и алгоритмы классификации точек облака позволяют определять расположение объектов и безопасно перемещаться в динамической среде цехов. Кроме того, лидары с алгоритмами машинного обучения применяются для инвентаризации и автоматического управления складскими процессами, повышая эффективность распределения материалов и ускорения логистических операций.

Существующие методы обработки данных лидара включают в себя как классические алгоритмы, так и современные подходы, основанные на глубоком обучении. В данной работе предлагается модель, использующая алгоритм k-NN для классификации точек облака, а также инструменты Lidar Toolbox и Lidar Viewer для визуализации и анализа результатов [5].

Научная новизна данной работы заключается в исследовании специфического применения метода k-NN для решения ряда прикладных

задач. В частности, рассматривается возможность его использования для автоматического выявления объектов на сложных поверхностях, классификации компонентов в условиях зашумленных сред, а также быстрой адаптации к новым типам объектов без необходимости переобучения с применением глубоких нейронных сетей. Дополнительно изучается оптимизация параметров k-NN с учетом особенностей лидарных данных, получаемых в машиностроительных приложениях.

Целью работы является разработка и анализ модели для семантической сегментации и классификации данных лидара с использованием машинного обучения, а также оценка её эффективности на реальных данных.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: разработать алгоритм предварительной обработки облака точек лидара, реализовать алгоритм k-NN для классификации точек облака в MatLab, оценить точность и эффективность разработанной модели на тестовых данных, а также провести анализ возможностей применения модели для решения задач машиностроения.

Материалы и методы.

В рамках исследования рассматривалось применение технологии лидарного сканирования (Light Detection and Ranging) и методов машинного обучения для анализа и сегментации пространственных данных. Лидар представлял собой технологическое решение, основанное на использовании лазерного излучения для измерения расстояний до объектов. Принцип его работы базировался на измерении временного интервала между отправкой лазерного импульса и получением отраженного сигнала (Рис.1).

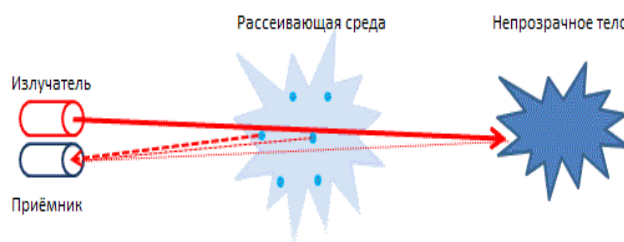


Рис.1 – Принцип действия лидара

В результате работы лидара формировалось облако точек, которое создавало детальную трехмерную модель исследуемого пространства [6].

Для анализа полученных данных применялся процесс сегментации, в ходе которого облако точек разделялось на отдельные кластеры или сегменты, соответствующие различным объектам окружающей среды (Рис.2).



Рис.2 – Сегментация экземпляров: 1 – «Земля»; 2 – «Здания»; 3 – «Автомобиль»; 4 – «Люди»

Особое внимание уделялось семантической сегментации [7], при которой каждому выделенному сегменту присваивалась определенная семантическая метка, например, "здание", "дорога" или "дерево", что позволяло идентифицировать различные элементы сканируемого пространства.

В процессе обработки данных важную роль играла операция свертки матриц (Рис.3), которая позволяла выделять существенные признаки в облаке точек путем применения ядра свертки к исходной матрице данных.

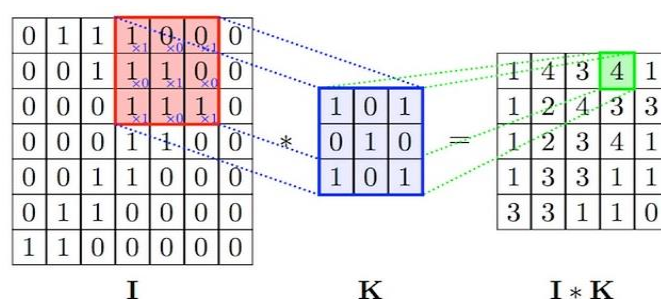


Рис.3 – Операция свертки

Это помогало эффективно обрабатывать большие массивы информации, получаемые с лидара, и подготавливать их для дальнейшей классификации.

В качестве основного метода классификации использовался алгоритм k-ближайших соседей (k-NN), который отличался своей простотой и эффективностью в решении задач классификации и регрессии. Алгоритм работал по принципу определения k ближайших соседей для каждой точки данных из обучающей выборки, на основе которых происходила классификация (Рис.4).

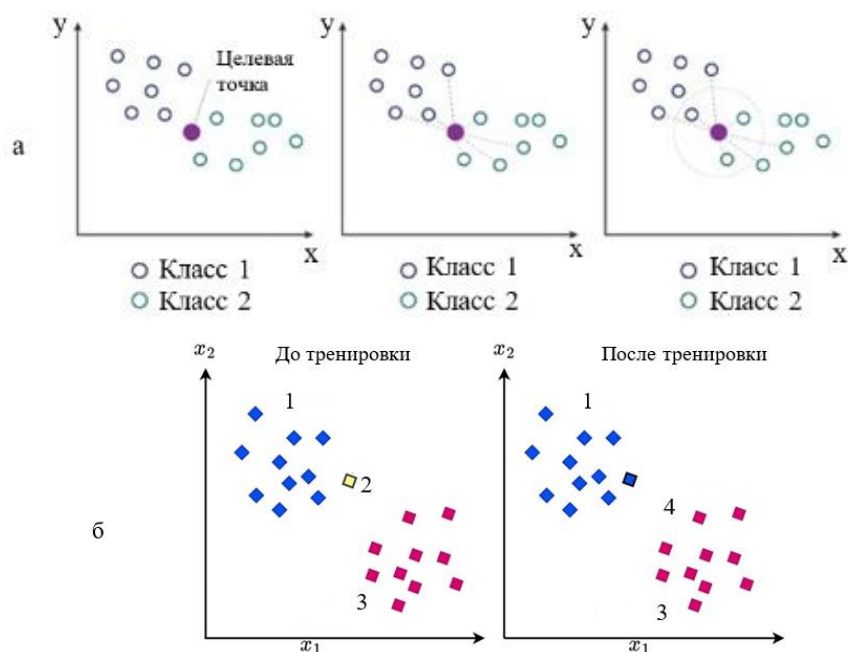


Рис.4 – Принцип работы алгоритма k-NN (а) и использование алгоритма k – NN (б): 1 – положительные запросы; 2 – запрошенная точка данных; 3 – отрицательные запросы; 4 – точка данных запроса, присвоенная классу положительных отзывов

Одним из ключевых факторов, влияющих на точность классификации, является качество исходных данных лидара [8]. На практике существуют ошибки, связанные с качеством данных представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Ошибки классификации, связанные с качеством данных лидара

Ошибка	Описание
Наличие шума	Лидарные данные содержат артефакты из-за отражений лазерных лучей, погодных условий (дождь, туман) или технических ограничений сенсоров. Недостаточно эффективная фильтрация шума может приводить к неверной классификации точек.
Разреженность облака точек	Низкая плотность сканирования снижает объем доступной информации о структуре объектов, что затрудняет сегментацию.
Неравномерность данных	Точки в облаке могут быть распределены неравномерно, что снижает эффективность стандартных метрик расстояния (например, Евклидова) в k-NN.

Практическая реализация алгоритма осуществлялась в среде MatLab с использованием специализированного инструментария Lidar Toolbox. Процесс обработки данных включал несколько последовательных этапов: загрузку облака точек, предварительную обработку данных с удалением шумов и применением фильтрации, разделение данных на обучающую и тестовую выборки, обучение модели k-NN [9] и последующую оценку её точности на тестовой выборке.

Выбор метки, присваиваемой точкам облака лидара на основе алгоритма k-NN, осуществляется на основе Евклидова расстояния между точками по формуле (1):

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1)$$

где x_1 , y_1 и x_2 , y_2 – координаты точек в двумерном пространстве, D – искомый коэффициент Евклидова расстояния.

В тексте речь идет о семантической метке, присваиваемой точкам облака лидара на основе алгоритма k-NN. Метка определяется по Евклидову расстоянию между точками и может относиться к одному из классов объектов, таких как: Земля - Здание – Автомобиль – Люди. Эти классы используются для сегментации облака точек и идентификации различных объектов в исследуемой среде.

Хотя алгоритм k-NN прост в реализации и интерпретации, его применение в задаче классификации облаков точек имеет ряд ограничений. Один из ключевых недостатков – зависимость от параметра k . Выбор количества ближайших соседей критически влияет на качество классификации: если k слишком мало, модель становится чувствительной к шуму, а при слишком большом значении снижается локальная точность сегментации.

Еще одной проблемой является высокая вычислительная сложность [10]. Поскольку для каждого нового образца требуется искать ближайших соседей среди всех точек, этот процесс занимает $O(n)$ операций, что делает метод неэффективным при работе с большими объемами данных. Кроме того, точность классификации во многом зависит от выбора метрики расстояния. Например, использование Евклидова расстояния не всегда оптимально для пространственных данных, так как оно не учитывает топологические связи между точками облака.

Для реализации алгоритма k-NN в данной работе использовались программная среда MatLab и Lidar Toolbox. На первом этапе данные облака точек загружались в MatLab и проходили предварительную обработку, включающую удаление шума и фильтрацию [11]. Далее точки разделялись на обучающую и тестовую выборки. На основе обучающей выборки производилось обучение модели k-NN, а затем ее точность оценивалась на

тестовых данных.

Результаты.

В рамках исследования была проведена комплексная обработка и анализ данных облака точек. На первом этапе выполнена сегментация облака точек с использованием разработанного алгоритма (Рис.5), в ходе которой различным участкам были присвоены соответствующие метки классов, такие как "земля", "здание" и "автомобиль", что позволило структурировать исходные данные для дальнейшего анализа.

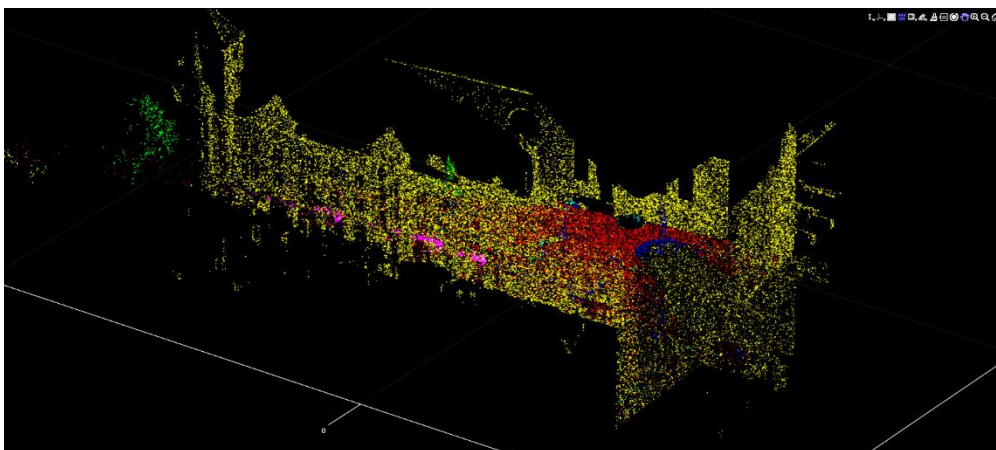


Рис.5 – Сегментация данных облака точек

Для оценки эффективности классификации с помощью алгоритма k-NN применялась метрика ассурасу (точность). Данная метрика рассчитывалась по формуле (2) как отношение количества правильно классифицированных объектов к общему числу объектов в тестовой выборке, выраженное в процентах:

$$A = \frac{\text{sum}(y_test)}{\text{length}(y_test)}, \quad (2)$$

где y_test – предсказанные метки, sum – сумма меток, length – длина метки, A – процентная точность классификации

По результатам экспериментальных исследований была достигнута точность классификации 74%, что свидетельствует о достаточно высокой эффективности выбранного подхода.

Для наглядного представления результатов исследования использовался специализированный инструмент Lidar Viewer (Рис.6), который предоставляет возможности трехмерной визуализации облаков точек.

Данный инструмент оснащен различными фильтрами и аналитическими функциями (Рис.7), что позволило провести детальный

визуальный анализ полученных результатов и подтвердить эффективность примененных методов обработки данных.

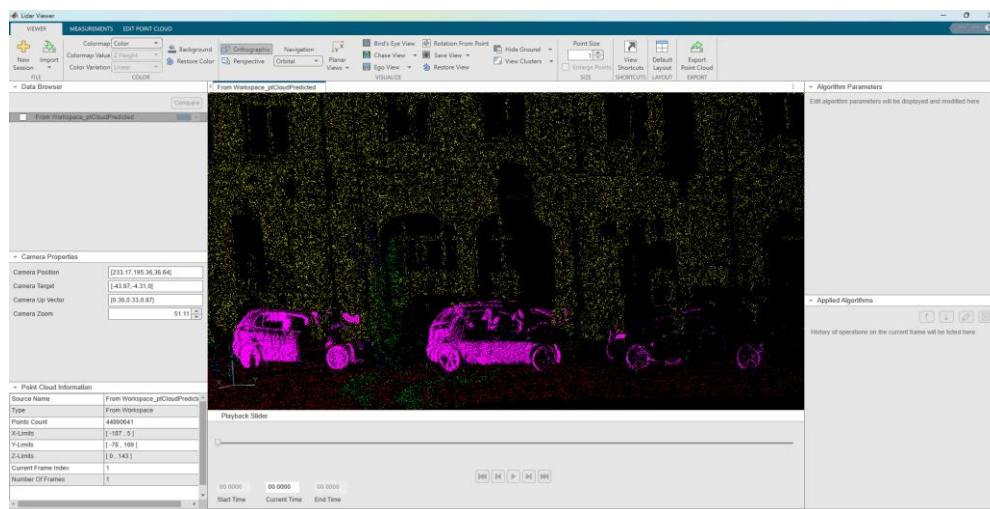


Рис.6 – k-NN в Lidar Viewer

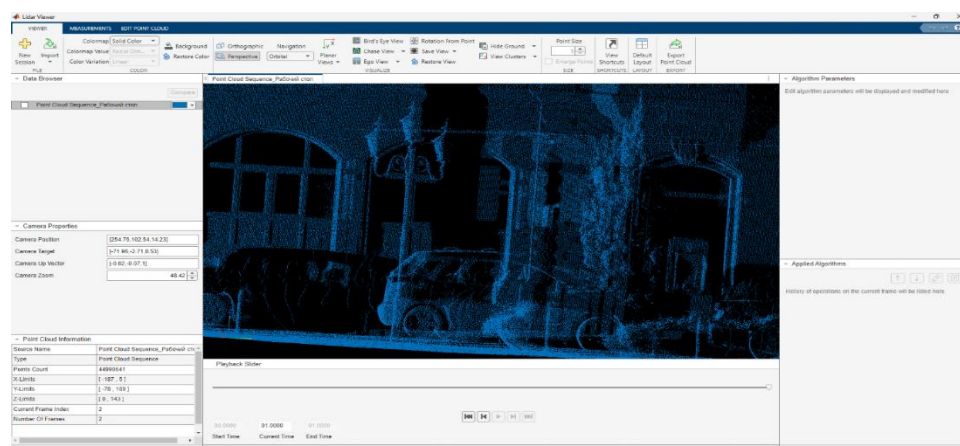


Рис.7 – Фильтр Solid Color на облаке точек

Полученные в ходе работы результаты демонстрируют возможность эффективного применения алгоритма k-NN для семантической сегментации и классификации данных лидара.

Экспериментальные исследования и обсуждение.

Полученные результаты демонстрируют возможность эффективного применения алгоритма k-NN для семантической сегментации и классификации данных лидара. Достигнутая точность классификации на уровне 74% позволяет использовать разработанную модель для решения задач машиностроения, таких как автоматическое обнаружение препятствий и построение трехмерных моделей объектов.

Матрица ошибок на основе предположения, что тестовая выборка содержит четыре класса (Рис.2):

– класс 1 (Земля);

- класс 2 (Здание);
- класс 3 (Автомобиль);
- класс 4 (Люди).

Введем допущения:

1. всего в тестовой выборке 1000 точек (разделены между классами);
 2. модель достигла ассигасы = 74%, что означает 740 правильно классифицированных точек;
 3. 260 точек классифицированы неверно.
- Исходя из вышесказанного, получим матрицу ошибок (таблица 2).

Таблица 2 – Матрица ошибок

Фактический класс ↓/ Предсказанный класс →	Земля	Здание	Автомобиль	Люди
Земля (250 точек)	200	30	15	15
Здание (250 точек)	30	190	20	10
Автомобиль (250 точек)	25	30	170	25
Люди (250 точек)	20	15	30	185

Проведем анализ матрицы ошибок.

1. Класс "Земля": модель в основном правильно классифицирует этот класс (200 из 250 точек). Однако 20 точек ошибочно определены как "Здание", а 15 – как "Автомобиль" и "Люди".

2. Класс "Здание": ошибки в классификации составляют 60 точек, в основном перепутанных с "Землей" и "Автомобилем". Возможная причина – схожие геометрические признаки в облаке точек.

3. Класс "Автомобиль": этот класс чаще путают со "Зданиями" (30 ошибок) и "Людьми" (25 ошибок). Ошибка может быть связана с разреженностью облака точек или особенностями машинного обучения.

4. Класс "Люди": ошибки связаны с неправильной классификацией в сторону "Автомобилей" и "Зданий". Это может быть вызвано низким разрешением лидара, что затрудняет различение мелких объектов.

Улучшение модели будет связано со следующими действиями:

- применить более точные метрики расстояния (например, Манхэттенское или косинусное расстояние вместо Евклидова);
- использовать гибридный метод, комбинирующий k-NN с CNN (PointNet);
- улучшить фильтрацию и обработку данных, например, применять DBSCAN для предварительной сегментации;
- добавить аугментацию данных, чтобы модель лучше различала мелкие объекты, такие как люди.

Представленная матрица ошибок показывает, где именно модель k-NN допускает наибольшие ошибки, и позволяет выявить направления для

улучшения точности классификации.

Проведем сравнение методов классификации облаков точек лидара. Для объективной оценки качества классификации в задаче сегментации облаков точек рассмотрим четыре алгоритма:

- k-NN (k-ближайших соседей);
- SVM (метод опорных векторов);
- Random Forest (случайный лес);
- CNN (сверточные нейронные сети, например, PointNet).

Сравнение по основным характеристикам представлено в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение по основным характеристикам

Метод	Преимущества	Недостатки
k-NN (k-ближайших соседей)	Прост в реализации, не требует сложного обучения, работает с небольшими выборками.	Медленный на больших данных, чувствителен к шуму, страдает от высокой размерности.
SVM (Support Vector Machine)	Хорошо работает с небольшими выборками, устойчив к переобучению.	Медленный на больших объемах данных, плохо справляется с неразделимыми классами.
Random Forest (Случайный лес)	Высокая точность, устойчив к шуму, хорошо работает на разнородных данных.	Требует больше вычислений, сложнее интерпретировать.
CNN (PointNet)	Автоматически выделяет признаки, высокая точность, хорошо работает с 3D-данными.	Требует мощных вычислительных ресурсов, сложно обучать.

Сравнение по метрикам представлено в таблице 4.

Таблица 4 – Сравнение по метрикам

Метод	Accuracy	Precision	Recall	F1-score	Время обучения	Время предсказания
k-NN	74%	0,79	0,76	0,77	Быстрое	Медленное (O(n))
SVM	78%	0,81	0,79	0,80	Среднее	Среднее
Random Forest	83%	0,86	0,84	0,85	Высокое	Низкое
CNN (PointNet)	91%	0,93	0,90	0,91	Очень высокое	Среднее

Проведем анализ результатов.

1. k-NN показывает самый низкий результат (74%) и требует большого времени для предсказания, так как сравнивает каждую точку с обучающей выборкой;

2. SVM имеет немного лучшую точность (78%), но не так хорошо масштабируется для больших облаков точек;

3. Random Forest (83%) превосходит k-NN и SVM по точности, менее чувствителен к шуму, но требует больше вычислений;

4. CNN (PointNet) показывает наилучшие результаты (91%), так как автоматически выделяет признаки и учитывает 3D-структуру данных;

Проведем анализ по улучшению модели k-NN. Если необходимо улучшить k-NN, можно:

- оптимизировать k (подбор оптимального числа соседей через кросс-валидацию);

- применить более сложные метрики расстояний (Манхэттенское или косинусное расстояние вместо Евклидова);

- комбинировать k-NN с Random Forest для улучшения качества предсказаний;

- использовать гибридный метод, соединяющий k-NN с CNN (например, PointNet++).

Здесь стоит отметить, что выбор оптимального алгоритма зависит от конкретных требований задачи и характеристик данных.

Однако стоит отметить, что современные методы машинного обучения, такие как свёрточные нейронные сети (CNN) и графовые нейронные сети (GNN), показывают значительно более высокую точность за счет автоматического выделения признаков и их глубокой обработки. В частности, CNN применяются для обработки структурированных данных, включая изображения и облака точек, что позволяет учитывать пространственные закономерности. GNN же эффективно работают с неструктурированными данными, такими как облака точек, за счет их способности моделировать связи между точками.

Сравнительный анализ показал, что:

- k-NN прост в реализации, но его точность ограничена качеством предварительной обработки данных и выбором метрики расстояния;

- CNN демонстрируют лучшую обобщающую способность и могут автоматически извлекать важные признаки, но требуют значительных вычислительных ресурсов и больших объемов данных для обучения;

- GNN подходят для работы с разреженными данными лидара, поскольку позволяют учитывать топологические связи между точками, однако их настройка сложнее, чем у k-NN.

Таким образом, использование k-NN оправдано для задач, где

требуется быстрое и относительно простое решение. Однако для повышения точности в будущем исследовании планируется изучение гибридных подходов, комбинирующих k-NN с нейросетевыми методами.

Рассмотрим пути повышения точности модели k-NN. К ним можно отнести:

1. улучшение предварительной обработки данных: применение более сложных методов фильтрации шума и нормализации данных, таких как кластеризация DBSCAN перед классификацией;

2. оптимизация выбора k: проведение кросс-валидации для подбора оптимального значения k, что позволит минимизировать ошибки классификации;

3. использование более сложных метрик расстояния: вместо Евклидова расстояния можно применять метрики Манхэттена или косинусного расстояния для учета особенностей данных;

4. применение взвешенного k-NN: возможно использование введения весов для ближайших соседей, учитывая расстояние, что повысит точность классификации;

5. комбинирование с другими методами: использование ансамблевых методов, таких как Bagging или Random Forest, для уменьшения ошибки классификации;

6. обучение на увеличенной выборке: использование генерации синтетических данных с помощью методов аугментации облаков точек (например, методом SMOTE для балансировки классов).

Таким образом, использование вышеуказанных методов может существенно повысить точность модели k-NN, делая ее более конкурентоспособной по сравнению с современными методами глубокого обучения.

Заключение.

В данной работе была предложена и проанализирована модель для семантической сегментации и классификации данных лидара с использованием машинного обучения. Реализованный алгоритм k-NN позволяет быстро и эффективно классифицировать точки облака с точностью до 74%. Разработанная модель может быть использована для решения различных задач машиностроения и автоматизированной обработки данных.

В дальнейшем планируется провести более глубокое исследование различных алгоритмов машинного обучения и разработать гибридные модели, сочетающие в себе преимущества различных подходов. Также планируется расширить функциональность разработанной модели за счет добавления новых инструментов для анализа и визуализации данных.

Библиографический список

1. Wang Q. Spatial deep convolutional neural networks / Q. Wang, P.A. Parker, R. Lund. Spatial deep convolutional neural networks // Spatial Statistics. – 2025. – V. 66. – 100883. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.spasta.2025.100883>
2. Sun Y. Scalable quantum convolutional neural network for image classification / Y. Sun, D. Li, Q. Xiang, Y. Yuan, Z. Hu, X. Hua, Y. Jiang, Y. Zhu, Y. Fu // Scalable quantum convolutional neural network for image classification. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2025. – V. 657. – 130226. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2024.130226>
3. Lu J. A graph convolutional neural network model based on fused multi-subgraph as input and fused feature information as output / J. Lu, Z. Chen, X. Long Deng. A graph convolutional neural network model based on fused multi-subgraph as input and fused feature information as output // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2025. – V. 139. – Part A. – 109542. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.109542>
4. Zhao Q. A computationally efficient hybrid neural network architecture for porous media: Integrating convolutional and graph neural networks for improved property predictions / Q. Zhao, X. Han, R. Guo, C. Chen. A computationally efficient hybrid neural network architecture for porous media: Integrating convolutional and graph neural networks for improved property predictions // Advances in Water Resources. – 2025. – V. 195. – 104881. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2024.104881>
5. Mokdad K. Automatic variogram inference using pre-trained Convolutional Neural Networks / K. Mokdad, B. Koushavand, J. Boisvert. Automatic variogram inference using pre-trained Convolutional Neural Networks // Applied Computing and Geosciences. – 2025. – V. 25. – 100219. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.acags.2025.100219>
6. Shi C. Accurate and complete neural implicit surface reconstruction in street scenes using images and LiDAR point clouds / C. Shi, F. Tang, Y. Wu, H. Ji, H. Duan. Accurate and complete neural implicit surface reconstruction in street scenes using images and LiDAR point clouds // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. – 2025. – V. 220. – P. 295-306. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2024.12.012>
7. Li P.Y. Semi-automatic image annotation using 3D LiDAR projections and depth camera data / P.Y. Li, N.A. Parrilla, M. Salathe, T.H. Joshi, R.J. Cooper, K. Park, A.V. Sudderth. Semi-automatic image annotation using 3D LiDAR projections and depth camera data // Annals of Nuclear Energy. – 2025. – V. 213. – 111080. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2024.111080>

8. Ma L. Missing information reconstruction method of single photon imaging lidar based on multi-echo extraction / L. Ma, J. Sun, X. Zhou, J. Lu, S. Sun, W. Lu, D. Liu. Missing information reconstruction method of single photon imaging lidar based on multi-echo extraction // Optics & Laser Technology. – 2025. – V. 180. – P. 111466. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2024.111466>
9. Jonassen V.O. Scalable hybrid adjustment of images and LiDAR point clouds / V.O. Jonassen, N.S. Kjørsvik, J.G. Omholt Gjevestad. Scalable hybrid adjustment of images and LiDAR point clouds // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. – 2023. – V. 202. – P. 652-662. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2023.07.007>
10. Zhang H. Point cloud self-supervised learning for machining feature recognition / H. Zhang, W. Wang, S. Zhang, Z. Wang, Y. Zhang, J. Zhou, B. Huang. Point cloud self-supervised learning for machining feature recognition // Journal of Manufacturing Systems. – 2024. – V. 77. – P. 78-95. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2024.08.029>
11. Y. Su, S. Chen, Y.-G. Wang. Balanced residual distillation learning for 3D point cloud class-incremental semantic segmentation. Expert Systems with Applications. – 2025. – V. 269. – P. 126399. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2025.126399>

¹Зуев Сергей Михайлович, канд. физ.-мат. наук, доц., начальник управления подготовки кадров высшей квалификации и ДПО, доцент, sergei_zuev@mail.ru, Россия, Москва, ГНЦ РФ ФГУП «НАМИ», ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет»

²Здрюев Глеб Евгеньевич, студент, zuev@mirea.ru, Россия, Москва, ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет»

Zuev Sergey Mikhailovich, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Docent, Head of the Department for Training Highly Qualified Personnel and Continuing Professional Education, Associate Professor, sergei_zuev@mail.ru, Russia, Moscow, Central Scientific Research Automobile and Automotive Engines Institute, MIREA – Russian Technological University

Zdruev Gleb Evgenievich, Student, zuev@mirea.ru, Russia, Moscow, MIREA – Russian Technological University

АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СЛУЧАЙНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ СТАТИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ РАЗМЕРОВ ДЕТАЛЕЙ

Филипович О.В.¹, Камцев В.А.², Балакина Н.А.³, Балакин А.И.⁴

ANALYSIS OF DISTRIBUTIONS OF RANDOM ERROR COMPONENTS USING STATISTICAL METHODS FOR PART DIMENSIONS MEASUREMENTS

Filipovich O.V.¹, Kamtsev V.A.², Balakina N.A.³, Balakin A.I.⁴

Аннотация. Рассмотрена методика получения статистических данных для определения закона распределения случайной составляющей погрешности измерения. Приведены результаты статистической обработки полученных данных с целью определения закона распределения погрешности средства измерения. Построены гистограммы, определен вид теоретического закона, проверены гипотезы о виде закона распределения с использованием критерия согласия Пирсона.

Abstract. The technique of obtaining statistical data for determining the law of distribution of the random component of measurement error is considered. The results of statistical processing of the obtained data to determine the law of distribution of the measurement error are given. Histograms are constructed, the type of the theoretical law is determined, hypotheses about the type of the distribution law are tested using Pearson's agreement criterion.

Ключевые слова. Погрешность измерения, случайная составляющая, закон распределения, гистограмма, статистический ряд.

Keywords. Measurement error, random component, distribution law, histogram, statistical series.

Введение.

По характеру зависимости от измеряемой величины погрешности измерения подразделяются на аддитивные и мультипликативные [1...4]. При решении вопроса о нормировании погрешностей измерительных устройств это разделение весьма существенно и оказывает влияние на выбор метода оптимальной обработки получаемой информации о значении воспроизводимой величины. Известно, что аддитивная погрешность проявляется в смещении нулевого положения, а мультипликативная – это погрешность чувствительности, вызванная ее непостоянством в диапазоне

измерения вследствие несовершенства технологии изготовления измерительных приборов, а также вследствие воздействия внешних факторов. Аддитивная погрешность объясняется наличием внешних помех, шумов, трения, порога чувствительности и не зависит от значения измеряемой величины, в то время как мультипликативная зависит от величины измеряемого параметра. Обе погрешности могут быть как систематическими, так и случайными. Систематическая составляющая погрешности обычно корректируется перед началом измерений, а для учета случайной необходимо знать законы распределения случайных ошибок.

Целью работы является определение видов и параметров законов распределения случайных составляющих погрешностей измерений.

Методика проведения экспериментальных исследований.

Для получения закона распределения погрешности измерения проведена статистическая обработка данных, полученных экспериментальным путем. Предполагалось, что погрешность измерения имеет только аддитивную компоненту, которая не зависит от измеряемой величины. Для достижения указанной цели проведены измерения партии деталей объемом $N=110$ штук (Рис.1) тремя измерительными приборами:

- универсальным микроскопом УИМ-21 [5];
- индуктивным измерительным прибором с отсчетным устройством [6];
- штангенциркулем с цифровым отсчетным устройством Sylvac [7].

Микроскоп, как прибор, имеющий наивысшую точность среди вышеперечисленных, считался образцовым средством, а результаты измерений принимались за истинные значения величин размеров (x_H).



Рис.1 – 3D модель измеряемой детали

При проведении эксперимента последовательно решались следующие задачи:

- 1) измерения размеров деталей в одинаковых условиях с помощью указанных выше средств;

2) определение абсолютных значений случайных составляющих погрешностей измерений индуктивного прибора и штангенциркуля с расчетом их числовых характеристик;

3) восстановление законов распределения погрешностей измерений с использованием известных методов математической статистики.

Исследования проводились в лабораторных условиях при следующих пределах нормальных областей значений влияющих физических величин:

- температура: 20 ± 2 °С;
- относительная влажность: 60...70%;
- атмосферное давление: 100...107 кПа;
- напряжение питания: 220 ± 10 В.

Порядок выполнения измерительных операций с помощью прибора с индуктивным преобразователем:

1) установка и закрепление преобразователя в кронштейне индикаторной стойки;

2) настройка прибора по концевой мере длины, соответствующей номинальному размеру (однократно);

3) арретирование измерительного наконечника индуктивного преобразователя, установка детали на измерительный столик;

4) считывание значений отклонений по отсчетному устройству, определение размера детали ($x_{1,j}$);

5) повтор пунктов 3 и 4 для каждой детали.

При измерениях деталей с помощью штангенциркуля с цифровым отсчетным устройством производится:

1) настройка нуля (однократно);

2) измерение размера детали в требуемом сечении ($x_{2,j}$);

3) повтор пункта 2 для каждой детали.

При измерениях деталей с помощью универсального измерительного микроскопа производится:

1) установка детали в центры микроскопа;

2) наводка окуляра микроскопа на края требуемого сечения детали, используя винты поперечного и продольного перемещения, со снятием отсчета с отсчетного устройства поперечной подачи;

3) определение диаметра детали как разности снятых показаний;

4) повтор пунктов 1...3 для каждой детали.

Обработка экспериментальных данных.

Для каждого эксперимента значение случайной составляющей погрешности измерения δ при условии отсутствия систематической составляющей определялось по формуле:

$$\delta_{i,j} = x_{i,j} - x_{II}, i = \overline{1,2}, j = \overline{1,N}.$$

Результаты экспериментальных исследований в статье не приводятся вследствие их громоздкости. Для их обработки и получения закона распределения использовались известные методы статистической обработки данных [8]:

1. Значения $\delta_{i,j}$ распределялись по разрядам, подсчитывалось число попаданий n в каждый разряд и определялись статистические частоты p^* и плотности частот f^* эмпирических данных.

2. Оценивались числовые характеристики случайных величин δ , в частности, их математические ожидания и дисперсии

$$\tilde{m}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{i,j}, \tilde{D}_i = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (\delta_{i,j} - \tilde{m}_i)^2, \sigma_i = \sqrt{\tilde{D}_i}, i = \overline{1,2}. \quad (1)$$

3. Производилось выравнивание статистических распределений. Визуальная оценка построенных гистограмм позволила выдвинуть гипотезу о возможности аппроксимации экспериментальных данных законом Гаусса. Зная вид и параметры распределений, которые принимались равными (1), определялись теоретические вероятности попадания p в разряды с известными границами.

4. Проверка правдоподобности выдвинутой гипотезы проводилась с использованием критерия согласия Пирсона $P(\chi^2)$. При использовании критерия число степеней свободы принималось равным разности между числом разрядов и количеством независимых условий (связей), при этом число связей в данном случае равно трем: во всех случаях требовалось выполнение условия нормировки, а также равенство теоретических и эмпирических математических ожиданий и дисперсий. В качестве уровня значимости принималось значение $\alpha = 0,5$.

Результаты обработки экспериментальных данных определения случайных составляющих погрешностей измерения для индуктивного измерительного прибора сведены в таблицу 1, для штангенциркуля с цифровым отсчетным устройством – в таблицу 2.

Числовые характеристики случайных величин

– δ_1 : $\tilde{m}_1 = -0,00451$ мм, $\sigma_1 = 0,0148$ мм;

– δ_2 : $\tilde{m}_2 = 0,0054$ мм, $\sigma_2 = 0,0087$ мм.

Гистограммы и теоретические распределения приведены на Рис.2,3.

Таблица 1 – Результаты обработки экспериментальных данных для индуктивного преобразователя (эксперимент 1)

№ интервала	Начало интервала, мм	Конец интервала, мм	n	f^*	p	χ^2
1	-0.0408	-0.0346	3	0,0273	0.0139	3,26
2	-0.0346	-0.0284	4	0,0364	0.0322	
3	-0.0284	-0.0222	7	0,0636	0.0628	
4	-0.0222	-0.016	12	0,109	0.1030	
5	-0.016	-0.00978	13	0,118	0.1419	
6	-0.00978	-0.00358	19	0,173	0.1644	
7	-0.00358	0.00262	17	0,155	0.1602	
8	0.00262	0.00882	14	0,127	0.1312	
9	0.00882	0.015	11	0,1	0.0903	
10	0.015	0.0212	8	0,0727	0.0523	
11	0.0212	0.0274	2	0,0182	0.0254	

Таблица 2 – Результаты обработки экспериментальных данных для штангенциркуля (эксперимент 2)

№ интервала	Начало интервала, мм	Конец интервала, мм	n	f^*	p	χ^2
1	-0,0236	-0,0186	1	0,00909	0,0023	6,089
2	-0,0186	-0,0136	1	0,00909	0,0113	
3	-0,0136	-0,00863	3	0,0273	0,0387	
4	-0,00863	-0,00363	10	0,0909	0,0966	
5	-0,00363	0,00138	21	0,191	0,174	
6	0,00138	0,00638	22	0,2	0,221	
7	0,00638	0,0114	27	0,245	0,211	
8	0,0114	0,0164	13	0,118	0,143	
9	0,0164	0,0214	10	0,0909	0,0691	
10	0,0214	0,0264	1	0,00909	0,0247	
11	0,0264	0,0314	1	0,00909	0,0068	

Закключение.

Зная меру расхождения и число степеней свободы можно для вычисленных значений χ^2 определить вероятность того, что случайная величина, распределенная по закону Пирсона, превзойдет это значение. Для приведенных выше серий экспериментальных исследований эти вероятности равны 0,917 и 0,637. Поскольку полученные в результате расчетов значения $P(\chi^2) > \alpha$, то принятые теоретические распределения не противоречат экспериментальным данным.

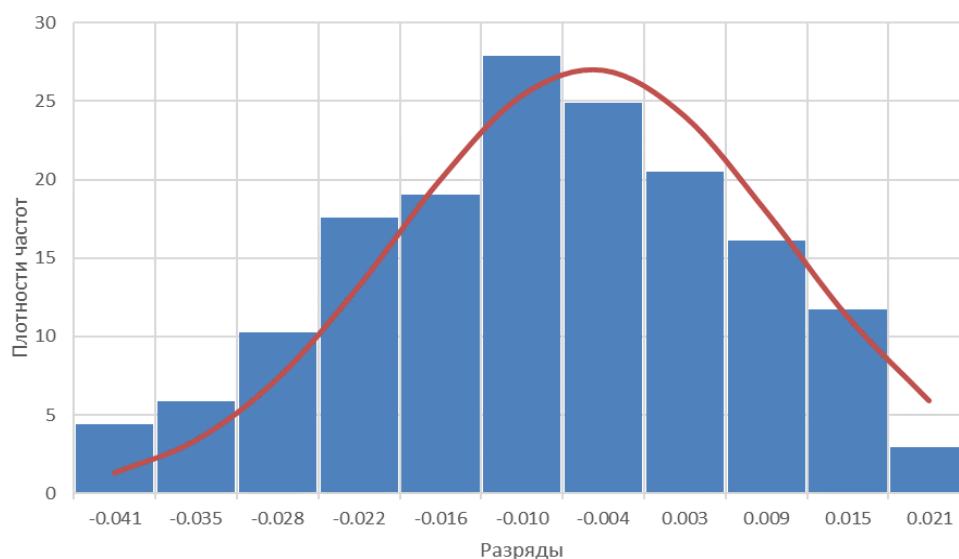


Рис.2 – Гистограмма экспериментальных исследований и теоретический закон распределения для индуктивного преобразователя

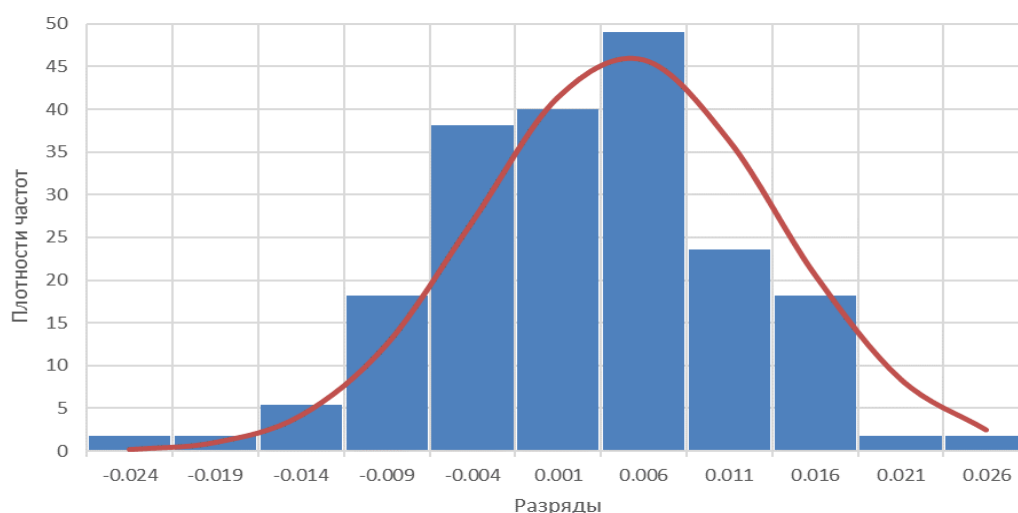


Рис.3 – Гистограмма экспериментальных исследований и теоретический закон распределения для штангенциркуля

Результаты анализа законов распределений погрешностей измерения могут применяться при моделировании различных процессов, в частности – селективной сборки, одним из этапов которой является стопроцентный контроль [9...12]. В дальнейшем предполагается использование экспериментальных данных для определения законов распределений с использованием методов машинного обучения и искусственных нейронных сетей.

Библиографический список

1. Николаев В.И. Информационная теория контроля и управления (в приложении к судовым энергетическим установкам) / В.И. Николаев. – Л.: Судостроение, 1973. – 285 с.

2. Новицкий П.В. Динамика погрешности средств измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф, В.С. Лабунец. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.
3. Богданов Г.П. Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники / Богданов Г.П., Кузнецов В.А., Лотонов М.А. [и др.]; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Радио и связь, 1990. – 352с.
4. Копп В.Я. Энтропийный подход к анализу метрологических характеристик измерительных приборов в машино- приборостроении / В.Я. Копп, А.И. Балакин, А.А. Скидан [и др.]. – Севастополь: Крымский Издательский Дом, 2020. – 340 с.
5. Микроскоп измерительный универсальный «УИМ-21» [Электронный ресурс]: описание типа средства измерения. Номер в государственном реестре 634-50 // Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений. – URL: <https://fgis.gost.ru/fundmetrology/registry/4/items/376990> (дата обращения: 22.04.25).
6. Прибор для поверки концевых мер длины «Микрон-02» [Электронный ресурс]: описание типа средства измерения. Номер в государственном реестре 44269-10 // Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений. – URL: <https://fgis.gost.ru/fundmetrology/registry/4/items/355107> (дата обращения: 22.04.25)
7. Штангенциркуль цифровой «S_Cal PRO» [Электронный ресурс]: описание типа средства измерения. Номер в государственном реестре 43168-09 // Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений. – URL: <https://fgis.gost.ru/fundmetrology/registry/4/items/353811> (дата обращения: 22.04.25).
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учеб. Пособие для втузов. – 2-е изд., стер. / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.
9. Филипович О.В. Определение количества комплектов при селективной сборке двух элементов с учетом влияния погрешности измерения / О.В. Филипович, Г.В. Невар, Н.А. Волошина, В.О. Филипович // Сборка в машиностроении, приборостроении, 2023. – № 3. – С. 105-109.
10. Филипович О.В. Модель процесса одновариантной однопараметрической селективной сборки двух элементов с учетом погрешностей измерения при их сортировке /О.В. Филипович //Автоматизация и измерения в машино- приборостроении, 2023. – № 3(23). – С. 93-101.

11. Filipovich O. Method for taking into account measurement errors when sorting elements into selective groups / O. Filipovich, G. Nevar, N. Balakina, etc. // International Russian Automation Conference (RusAutoCon 2023): Advances in Automation V, 2024. – PP. 174-182. – DOI: 10.1007/978-3-031-51127-1_17.
12. Филипович О.В. Влияние погрешностей измерения на показатели однопараметрической многовариантной селективной сборки двух элементов /О.В. Филипович // Современные технологии сборки: Материалы VIII Международного научно-технического семинара, Москва, 19–20 октября 2023 года. – Москва: Московский Политех, 2023. – С. 149-154.

¹*Филипович Олег Викторович, канд. техн. наук, доц., доцент, ophisl@yandex.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Камцев Вячеслав Андреевич, ассистент, kva_m98@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

³*Балакина Наталья Анатольевна, старший преподаватель, ANBalakina@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

⁴*Балакин Алексей Игоревич, канд. техн. наук, доц., доцент, AIBalakin@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Filipovich Oleg Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, ophisl@yandex.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Kamtsev Vyacheslav Andreevich, Assistant, kva_m98@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Balakina Natalia Anatolievna, Senior Lecturer, ANBalakina@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Balakin Alexey Igorevich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, AIBalakin@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

АВТОМАТИЗАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНО-ПРИБОРОСТРОЕНИИ

Научный журнал
Выпуск №2(30) 2025 г.

16+

Рубрики в соответствии с номенклатурой научных специальностей:

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
- 2.2.8. Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды
- 2.3.3. Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами

Адрес редакции:

299053, г. Севастополь, ул. Университетская, д. 33.

Телефон редакции: 8(8692)435002

<https://www.sevsu.ru/nauka/nt-potencial/pechat-izdaniya-vedushim/avtomatizatsiya-i-izmereniya-v-mashino-priborostroenii>

e-mail: appr.sevgu@yandex.ru

Отпечатано в издательстве СевГУ,

адрес типографии ФГАОУ ВО СевГУ:

299015, г. Севастополь, ул. Курчатова 7.

Публикуемые материалы прошли обязательную процедуру рецензирования и экспертного отбора. Авторы опубликованных материалов несут полную ответственность за подбор и точность приведенных фактов, цитат, данных, имен собственных и прочих сведений.

Редакция не несет ответственности за нарушение авторами исключительных прав на результаты интеллектуальной деятельности третьих лиц. Мнение редакционной коллегии может не совпадать с позицией авторов статей. При перепечатке материалов ссылка на научный журнал «Автоматизация и измерения в машино- приборостроении» обязательна.

Учредитель и издатель

ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет» ул. Университетская, 33.
Севастополь, 299053.

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

№ рег. СМИ: ПИИ№ФС77-73958 от 12.окт. 2018 г.

Главный редактор: Филипович Олег Викторович

Подписано к печати 20.05.2025. Заказ 9/2025. Дата выхода в свет: 20 . 06 .2025. Тираж: 50 экз.
Цена свободная. Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Объем усл. печ. л. 13,95.

Севастополь, 2025