

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Севастопольский государственный университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3
«ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ
ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ОБЪЕКТУ ИССЛЕДОВАНИЙ»

по дисциплине

«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ»

для аспирантов дневной и заочной форм обучения

Севастополь, 2018

Методические указания к лабораторной работе № 3 «Планирование экспериментов применительно к объекту исследований» по дисциплине «Информационные технологии в науке и образовании» для аспирантов дневной и заочной форм обучения. Сост.: Мащенко Е.Н. - Севастополь, изд-во СевГУ, 2018. - 9 с.

Содержание

1. Теоретический раздел	4
1.1. Планирование экспериментов. Основные понятия	4
1.2 Организация экспериментов	4
1.3 Факторный план	5
1.4 План эксперимента «Латинский квадрат»	7
1.5 Особенности планирования многофакторных экспериментов	8
2 Задание на лабораторную работу	9
Список литературы	9

1. Теоретический раздел

1.1. Планирование экспериментов. Основные понятия

Основная цель планирования экспериментов – изучение поведения моделируемой системы при наименьших затратах на экспериментирование. Для этого строится план экспериментов. Чаще всего используют такие эксперименты:

- сравнение средних значений и дисперсий разных альтернатив;
- определение важности учета или значимости влияния переменных и ограничений, которые накладываются на эти переменные;
- поиск оптимальных значений переменных на некотором множестве возможных значений.

Разрабатывается план экспериментов с моделью либо объектом для достижения поставленной цели. При необходимости используют отсеивающий или оптимизирующий эксперименты. В случае оптимизации числового критерия формулируют гипотезы о выборе наилучших вариантов структур моделируемой системы или режимов ее функционирования, определяют диапазон значений параметров (режимов функционирования) модели, в границах которых осуществляется поиск оптимального решения.

1.2 Организация экспериментов

С точки зрения представления поведения моделируемой системы имитационные модели относятся к классу описательных. Если в модели учитываются случайные факторы, то в процессе имитации обычно осуществляется большое число прогонов модели, как с разными входными данными, так и с разными значениями последовательностей случайных чисел. Для детерминированной модели (без учета случайностей) достаточно одного прогона модели для каждой комбинации входных данных, однако, в жизни такие модели встречаются крайне редко.

В результате экспериментирования с моделью получают большое количество выходных данных, которые должны быть структурированы и интерпретированы так, чтобы их можно было использовать для принятия решений по результатам моделирования. Для правильной интерпретации полученных от модели выходных данных необходимо организовать эксперименты с моделью.

Организация эксперимента – это разработка плана проведения экспериментов, который дает возможность за минимальное число прогонов модели и при минимальной стоимости работ сделать статистически значимые выводы или найти наилучшее решение.

При организации эксперимента обычно определяют:

- входные данные для каждого эксперимента;
- количество прогонов имитационной модели;
- длительность одного прогона модели;
- длительность переходного процесса моделирования, после которого необходимо собирать выходные данные;
- стратегию сбора данных для каждого прогона модели;
- оценки точности выходных данных с построением доверительных интервалов;
- чувствительность модели к входным данным, различным видам распределений, сценариям поведения моделируемой системы;
- условия эксперимента и сценарии;
- условия генерации потоков случайных чисел внутри системы моделирования и для вероятностных входных данных;
- стратегию достижения цели эксперимента (например, сравнение альтернативных вариантов или оптимизация целевой функции).

Конечная цель проведения экспериментов – это получение достаточной статистической информации для принятия решений по результатам моделирования.

Как правило, моделирование проводится с целью нахождения некоторых экстремальных значений характеристик моделируемой системы (оптимизирующий эксперимент) или для выявления важных факторов, влияющих на моделируемую систему (отсеивающий эксперимент). Оба эти эксперимента используют факторные планы и аппроксимируют поверхность отклика полиномами разного порядка, а для поиска экстремальных значений применяются численные методы оптимизации.

Для этих экспериментов необходима некоторая функциональная зависимость значений выходной переменной (отклика) от входных переменных или факторов, которая, как правило, отражает критерий эффективности моделируемой системы. Таким образом, поиск наилучшего решения выражается численной характеристикой этого критерия, а для нахождения экстремальных значений необходимо исследовать поверхности отклика (проводить эксперименты) в разных точках. От выбора начальной точки в факторном пространстве во многом зависит эффективность экспериментов.

Другой вид экспериментов, проводимых с моделью, – это структурная оптимизация, под которой будем понимать поиск наилучшей структуры моделируемой системы. В этом случае эксперименты проводятся с разными моделями, а не с одной, как в предыдущем случае, причем модели могут отличаться структурой, параметрами и принятыми алгоритмами поведения. Для таких экспериментов нет единого числового критерия оптимизации, что затрудняет использование классических методов. Однако количество рассматриваемых вариантов, как правило, невелико, поэтому для структурной оптимизации можно использовать метод выдвижения гипотез с перебором вариантов. Оптимизация каждого варианта моделируемой системы обычно осуществляется с помощью поиска узких мест и их устранения, т.е. балансировки моделируемой системы. Узкие места определяют пропускную способность всей системы. Поиск наилучшего решения осуществляется сравнением рассмотренных вариантов.

1.3 Факторный план

При экспериментировании с моделью различают входные и выходные переменные. Входные переменные называются *факторами*. Выходные переменные называются *откликами*. Каждый фактор в эксперименте может принимать одно или несколько значений, называемыми *уровнями фактора*. Множество уровней факторов определяет одно из возможных состояний моделируемой системы и представляет условия проведения одного из возможных экспериментов. Существует определенная связь между уровнями факторов и откликами системы, которая обычно заранее неизвестна. Эту связь можно определить следующим образом:

$$y_l = \psi_l(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m), \quad l = \overline{1, n},$$

где y_l – l -й отклик, n – число анализируемых откликов, x_i – i -й фактор, m – число факторов.

Функция ψ в правой части называется функцией отклика или реакции. Ее геометрический образ – поверхность отклика. Так как функция ψ заранее не известна, то используют другую приближенную функцию:

$$\hat{y}_l = \varphi_l(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m), \quad l = \overline{1, n}.$$

Эти функции φ_l находят по данным эксперимента и представляют в виде степенного полинома первого, второго и, реже, третьего порядка. После проведения экспериментов аппроксимирующие полиномы заменяют уравнениями регрессии и методом наименьших квадратов находят статистические оценки их неизвестных коэффициентов.

Существуют два типа планов многофакторного эксперимента – классический и факторный.

Классический эксперимент представляет собой план, в котором все факторы, кроме одного, полагают постоянными, а выбранный фактор изменяется во всем интервале значений. Затем выбирается другой изменяемый фактор, а предыдущий становится постоянным. По существу классический многофакторный эксперимент представляет собой просто последовательность однофакторных экспериментов.

Факторный эксперимент представляет собой план, в котором все уровни каждого фактора встречаются в сочетании со всеми уровнями всех других факторов. Различные уровни некоторого фактора могут соответствовать качественным значениям (например, разные дисциплины обслуживания в устройстве) или количественным значениям (например, число устройств обслуживания). Если фактор f , ($f=1, \dots, K$) имеет L^f уровней, то общее число комбинаций уровней определяется произведением:

$$L_1, \dots, L_k = \prod_{f=1}^k L_f. \quad (1)$$

Если число уровней для каждого из факторов одинаково, то общее число комбинаций будет L^k .

Левая часть выражения (1) используется для обозначения факторного плана.

Применение факторного плана вместо классической схемы, согласно которой каждый раз изменяется только один фактор, имеет ряд преимуществ.

- Становится более полной картина влияния каждого фактора, поскольку они изучаются в самых различных условиях (вследствие одновременного изменения других факторов).

- Большое число комбинаций факторов, используемых в эксперименте, облегчает предсказание результатов, которые могут быть достигнуты при определенной комбинации условий.

- Если эффекты, вызываемые каждым фактором, статистически независимы, то о каждом факторе можно получить не меньше информации, чем при изменении в экспериментах только одного фактора при фиксации остальных.

- Если (как это часто бывает) различные факторы не являются независимыми, а вызывают эффекты, которые в большей или меньшей степени коррелированы, то в этом случае только факторный эксперимент может дать информацию о характере этих взаимодействий. При наличии нескольких взаимосвязанных существенных факторов обойтись без постановки факторного эксперимента невозможно. Для ряда часто встречающихся специальных задач разработано большое число стандартных факторных планов.

Факторный эксперимент может быть *отсеивающий*, когда из всего множества факторов определяются те факторы, которые существенно влияют на отклики модели. Второй вид факторного эксперимента – *оптимизирующий* - используется для определения экстремальных значений на поверхности отклика. В этом случае серия факторных экспериментов планируется так, чтобы достичь экстремума на поверхности отклика.

Рассмотрим пример 2-х факторного эксперимента, с двумя факторами на 2-х уровнях и с двумя наблюдениями в каждом опыте, т.е. план 2^2 . Факторы принято обозначать буквами латинского алфавита А, В, С и т.д.

Результаты экспериментов сведем в таблицу 1.

Таблица 1

Таблица 1

Фактор А	Фактор В	
	Уровень 1	Уровень 2
Уровень 1	y_{11}^1	y_{12}^1
	y_{112}	y_{122}
Уровень 2	y_{211}	y_{221}
	y_{212}	y_{222}

В этой таблице y_{ijg} обозначает g -е наблюдение ($g = 1, 2$) в ячейке i, j . Количество наблюдений (прогонов модели) g определяется желаемой точностью получения оценок откликов.

В общем случае в 2-х факторном эксперименте число уровней факторов А и В равно соответственно I и J. Обозначим математическое ожидание $E(y_{ijg}) = \eta_{ij}$, тогда в планировании эксперимента предполагается верной следующая модель:

$$y_{ijg} = \eta_{ij} + e_{ijg} \quad (i = \overline{1, I}; \quad j = \overline{1, J}; \quad g = 1, 2, 3, \dots)$$

где e_{ijg} – ошибка опыта. Предполагается, что все эти ошибки являются независимыми нормально распределенными случайными величинами с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2 . При имитации ошибки опытов можно сделать независимыми, применяя различные последовательности случайных чисел при прогонах модели.

1.4 План эксперимента «Латинский квадрат»

Множество целых чисел $0, 1, \dots, S-1$, расположенных в виде матрицы размера $(S \times S)$ называется квадратом размера S . Квадрат называется латинским, если каждое целое число встречается ровно один раз в каждой строке и в каждом столбце.

Примеры латинских квадратов 2×2 :

0	2	1
1	0	2
2	1	0
0	1	2
1	2	0
2	0	1

В приложении к факторным планам экспериментов это означает, что каждый вариант испытаний (сочетание факторов) появляется один раз в каждой строке и в каждом столбце.

Пример латинского квадрата размером 4×4 .

Задача: Имеется четыре марки шин A, B, C, D, которые нужно испытать на четырех различных колесах четырех машин разного типа.

	Положение колеса		Тип автомобиля	
	1	2	3	4
1	C	D	A	B
2	B	C	D	A
3	A	B	C	D
4	D	A	B	C

1.5 Особенности планирования многофакторных экспериментов

Опишем последовательность действий, выполняемых при проведении экспериментов.

1. Определение откликов (выходных переменных) системы.
2. Определение факторов, которые предположительно влияют на отклик системы.

Большинство систем работает по *принципу Парето*. Этот принцип гласит, что с точки зрения характеристик системы существенными являются лишь некоторые из множества факторов. В большинстве систем 20% факторов определяют 80% свойств системы.

3. Определение уровней факторов. Минимальное количество уровней два – нижняя и верхняя границы значений факторов. При использовании этого числа уровней можно определить только линейные эффекты. Для учета квадратичных эффектов необходимо использовать три уровня, для кубических эффектов – четыре и т.д. Анализ значительно упрощается, если брать только равноотстоящие друг от друга значения уровней. В этом случае имеем так называемое ортогональное разбиение уровней.

Для множественных экспериментов с числом факторов больше одного дисперсионный анализ требует, чтобы для заключительного анализа использовался ортогональный эксперимент. Это означает, что оценки в пределах анализа должны быть некоррелированные. На практике использование одних и тех же чисел при выполнении экспериментов в пределах каждой комбинации уровней обработки гарантирует ортогональность.

Планирование эксперимента обычно применяется для определения важных – существенно влияющих на отклик – факторов (отсеивающий эксперимент). Так как с ростом числа факторов число комбинаций быстро растет, то необходимо выделить наиболее важные факторы, т.е. провести предварительное отсеивание. Для этого используются планы 2^{k-p} , считая взаимодействия более высокого порядка равными нулю.

При использовании планирования экспериментов для поиска экстремальных значений отклика применяются планы типа 2^{k-p} и дополнительные комбинации, позволяющие оценить отклик как функцию (полином первого или второго порядка) от независимых переменных. В этом случае все k факторов должны быть количественными.

Планы можно применять последовательно, т.е. сначала получить наблюдения для одних комбинаций уровней факторов, затем для других и после анализа этих наблюдений решить, для какой комбинации (старой или новой) провести дополнительные наблюдения. Эти новые наблюдения опять анализируются (обычно вместе с предыдущими) для принятия решения о дальнейших наблюдениях и так далее. В планах типа 2^{k-p} можно сначала выполнить малую часть эксперимента, проанализировать наблюдения, а затем, если этот анализ показывает, что данная часть эксперимента слишком мала для оценки всех возможных эффектов, расширить эксперимент таким образом, чтобы он позволил оценить все эти эффекты.

Если целью анализа поверхности отклика является поиск оптимальной комбинации уровней k количественных факторов, то в этом случае выполняют следующие этапы:

1. Планирование эксперимента, т.е. выбор комбинации уровней факторов. В этом случае используются полные типа 2^k , дробные типа 2^{k-p} планы экспериментов и некоторые специальные планы.

2. Проведение экспериментов и построение по их результатам уравнения регрессии поверхности отклика.

3. Подъем по поверхности отклика к вершине. Для нахождения направления увеличения отклика обычно используется метод скорейшего подъема (крутого восхождения). В направлении, в котором ожидается увеличение отклика, этапы 1, 2 повторяются до тех пор, пока не будет достигнута область максимума.

4. Проведение канонического анализа в области максимума функции поверхности отклика. При этом определяется: имеется ли один максимум, несколько максимумов, седловая точка или гребень.

2 Задание на лабораторную работу

В рамках выполнения лабораторной работы необходимо:

1. Определить цель исследования, целевую функцию.
2. На основе результатов лабораторных работ 1,2 определить отклики (выходные переменные) системы (объекта исследований), позволяющие оценить целевую функцию.
3. Определить факторы (входные переменные), влияющие на отклики системы.
4. Провести планирование экспериментов, т.е. выбор комбинаций уровней факторов.
5. Провести экспериментальные исследования (по возможности).
6. Провести анализ результатов экспериментов (при выполнении п. 5).

Содержание отчета:

Введение

Постановка задачи

1. Анализ объекта исследования
2. Описание откликов и факторов
3. Описание плана экспериментов
4. Описание результатов экспериментов
5. Анализ результатов экспериментов

Выводы

Список литературы

1. Шенк, Х. Теория инженерного эксперимента [Текст] : пер. с англ. / Х. Шенк ; ред. Н. П. Бусленко. — М. : Мир, 1972. — 381 с. : ил. — Библиогр. в конце гл. — Предм. указ.: с. 376—377.
2. Налимов, В. В. Теория эксперимента [Текст] / В. В. Налимов. — М. : Наука, 1971. — 207 с. : ил. — (Физико-математическая библиотека инженера). — Библиогр.: с. 201—207(118 назв.)
3. Томашевский В., Жданова Е. Имитационное моделирование в среде GPSS (раздел Планирование эксперимента). - М. Бестселлер, 2003 - 416 с.